

AFSCET

Res-Systemica

Revue Française de Systémique
Fondée par Evelyne Andreewsky

Volume 23, printemps 2022

Systemique quantique

Res-Systemica, volume 23, article 04

Fractaquantum

La nature est-elle quantique à toutes les échelles ?

François Dubois

159 pages

contribution reçue le 8 avril 2022



Creative Commons

Fractaquantum

La nature est-elle quantique à toutes les échelles ?

François Dubois

*Association Française de Science des Systèmes
Cybernétiques, Cognitifs Et Techniques,
AFSCET-ENSAM, 151, bd de l'Hôpital, Paris 13ème, France.
fhduois@gmx.fr*

02 avril 2022 *

Avant-propos

Nous savons tous que la nature est soumise à des lois physiques universelles découvertes parfois depuis des centaines d'années. Ainsi, la mécanique quantique, élaborée au siècle dernier, a permis l'émergence des lasers, des ordinateurs et des téléphones portables. C'est une méthode mathématique spécifique pour prédire le résultat numérique des expériences dans l'infiniment petit, un univers en dehors de notre perception.

Avec l'hypothèse fractaquantique exposée dans ce travail, ce paradigme est abandonné pour un autre plus simple et plus déraisonnable à la fois : le monde est quantique du microscopique au macroscopique, quantique jusque dans notre quotidien.

Ainsi, nous voyageons des conversations à l'acupuncture, des foules à la relation amoureuse, du processus de vote à l'écriture. Nous explorons aussi dans cet essai les géométries fractales, la physique quantique, les Atomes avec un A majuscule à la manière des Anciens Grecs, les assemblages de structures, le processus de mesure, les boucles ou l'intrication.

Cheminement parmi les idées, ce mémoire pose plus de questions qu'il ne propose de réponses... Bonne lecture !

* Cet article publié en ligne reprend avec quelques corrections mineures l'ouvrage de même titre paru dans la collection "Res-Systemica Libri".

Introduction

La connaissance scientifique s'est développée à partir des observations dans le monde sensible. Elle a construit une représentation classique pour l'espace, le temps, l'objet, la matière. À la question posée en sous-titre de savoir si la nature est quantique à toutes les échelles, la réponse classique est négative.

Cet essai est une tentative pour décrire une autre vision du monde. Nous prenons comme point de départ deux grandes découvertes du 20e siècle : les géométries fractales et la mécanique quantique. Les premières induisent l'idée d'une invariance d'échelle dans la description, la compréhension, la modélisation du monde où nous vivons. La seconde repose sur un socle de connaissances tout à fait imparfaites et a le très grand bonheur de donner des prédictions correctes dans le monde de l'infiniment petit.

“Fractaquantum” est le premier mot de “fractaquantum hypothesis”, traduction anglaise d’“hypothèse fractaquantique”. Ce postulat consiste à supposer le monde quantique à toutes les échelles de l'espace. Nous ne posons pas de concepts philosophiques élaborés, au-delà de nos compétences. Nous tirons simplement quelques conséquences de l'hypothèse fractaquantique et tentons de la justifier, même si cette position va à l'encontre de l'histoire du développement de la pensée.

Bien entendu, des idées voisines de ce point de vue ont été proposées par d'autres auteurs. Nous citons par exemple (et la liste n'est pas limitative !) Erwin Schrödinger (1944), Laurent Nottale (1992), Henry Stapp (1995), Stuart Hameroff et Roger Penrose (1996, 2014), Johnjoe McFadden (2001), Giuseppe Vitiello (2001), Evelyne Andreewsky (2002), Keith van Rijsbergen (2004), Mioara Mugur-Schächter (2006), Peter Bruza *et al* (2009), Massimo Blasone, Petr Jizba et Giuseppe Vitiello (2011), Jerome Busemeyer et Peter Bruza (2012), Thomas Nagel (2012), Pierre Uzan (2012), Alexei Grinbaum et François-David Sebbah (2014), Harald Atmanspacher et Ulrich Müller-Herold (2016), Andrei Khrennikov (2019) et Thomas

Filk (2020). Citons également le livre édité par Michel Bitbol (2009) qui propose “d’appliquer la théorie quantique aux sciences humaines sans réduire l’homme à la physique”.

Notre démarche a été également influencée par la rencontre à Oxford en 2008 du groupe “Quantum Interaction”. Il nous a permis de confronter notre hypothèse à un réseau de scientifiques qui partage le paradigme suivant : “La mécanique quantique émerge de la physique dans des domaines non quantiques tels que le langage humain, la cognition, l’extraction de données, la biologie, la science politique, l’étude des organisations et l’intelligence artificielle”.

Cet essai n’est pas fluide comme un roman. Malgré nos efforts, de nombreux défauts comme des variations de style, des répétitions ou des maladresses rendent la lecture parfois difficile. Le résultat n’est certainement pas le texte limpide que j’aurais aimé lire ! Au-delà de la forme, le fond des divers sujets abordés est touffu, certaines hypothèses sont osées et peu de preuves convaincantes sont proposées. Nous sommes ici dans une dynamique d’exploration des idées.

Cet essai propose huit chapitres : fractales, quantique, Atomes, hypothèse, structures, mesure, spectre, intrication. Les Atomes, avec un A majuscule, sont bien entendu définis un peu plus loin dans l’ouvrage. Précisons que le mot “spectre” s’entend au sens mathématique de “théorie spectrale”, calcul de valeurs propres et de vecteurs propres. L’intrication est une notion fondamentalement quantique introduite à la fin du second chapitre. Trois annexes traitent de matière, espace et relations, de boucles et de l’addition de deux spins un-demi.

Lorsqu’un mot spécialisé est utilisé pour la première fois, il est mis entre guillemets et il est expliqué ou défini. L’emploi des mathématiques est le plus réduit possible dans le corps du texte. Les formules essentielles sont le plus souvent proposées comme notes de pied de page, à l’exception des trois annexes où nous utilisons librement quelques expressions algébriques.

Moulin d’Andé, 02 avril 2022.

-1- Fractales

Je bois de l'eau. Un verre. Non, un demi-verre. Un demi-verre d'eau, c'est toujours de l'eau ; cela ne fait pas question. Je recommence cette division par deux et j'obtiens un quart de verre. A nouveau, pas de problème ; j'ai toujours de l'eau. Par la pensée, je recommence environ soixante dix neuf fois cette opération de couper mon verre d'eau en deux. Et bien après avoir divisé en deux parties le devenu bien léger contenu de mon verre, après cette fatidique quatre-vingtième étape, je n'ai plus de l'eau dans mon verre ; j'ai autre chose. J'ai surtout atteint les limites élémentaires de l'élément de la Nature que l'on nomme "eau". La physique, qui permet de construire la chimie de l'eau, nous apprend que lorsque j'ai réussi à détruire l'eau, à la transformer, à briser les liens internes qui caractérisent sa structure, j'obtiens trois nouveaux objets : deux d'hydrogène et un d'oxygène. Pour distinguer l'objet "eau" de ses trois constituants "hydrogène deux fois et oxygène une fois", on appelle ma première "molécule" et mes seconds "atomes".

Nous montrons dans la suite de ce chapitre que ce verre d'eau présente une invariance d'échelle. Les figures fractales, invariantes d'échelle, contiennent une réplique d'elles-mêmes en leur sein. Elles ont été popularisées par les simulations sur ordinateur de Benoît Mandelbrot (1973). Nous nous intéresserons d'abord aux précurseurs des fractales, au début du 20e siècle, qui ne pouvaient pas procéder à des simulations à l'aide de l'ordinateur. L'itération d'un processus conduit ensuite à la notion de système dynamique de dimension non entière pour les fractales. La structure d'une fractale ne dépend pas de l'échelle d'observation : la partie d'une fractale est analogue au tout. Un point fondamental est la présence de fractales dans les géométries de la nature et nous discutons de l'invariance d'échelle pour terminer ce chapitre.

FRACTAQUANTUM

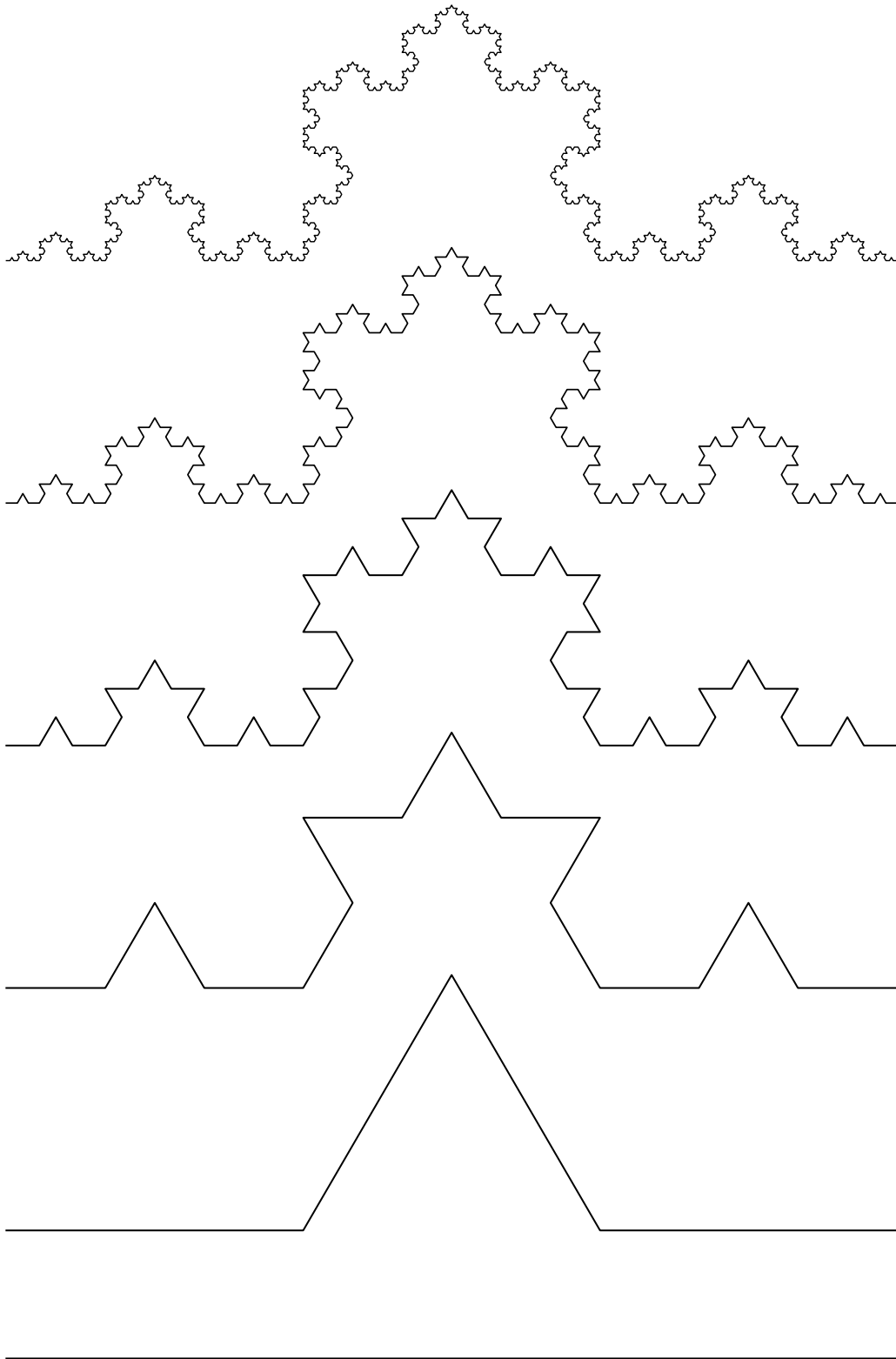


Figure 1. De bas en haut : segment initial et cinq itérations de la construction de la courbe de von Koch [simulation proposée par l'auteur].

Précurseurs

Les figures fractales irrégulières ont été découvertes au début du vingtième siècle par Helge von Koch (1904) et Gaston Julia (1918). A cette époque, les fonctions qui présentent des irrégularités, des cassures, sont encore mal connues et peu employées. La construction de von Koch est particulièrement simple et élégante. On se donne un segment de droite dans le plan. Puis à chaque itération, on remplace chaque segment par une pointe formée de quatre segments de longueur égale au tiers du segment en cours de découpe. On poursuit cet algorithme indéfiniment. Les premières étapes de cette construction sont illustrées Figure 1 (à lire de bas en haut).

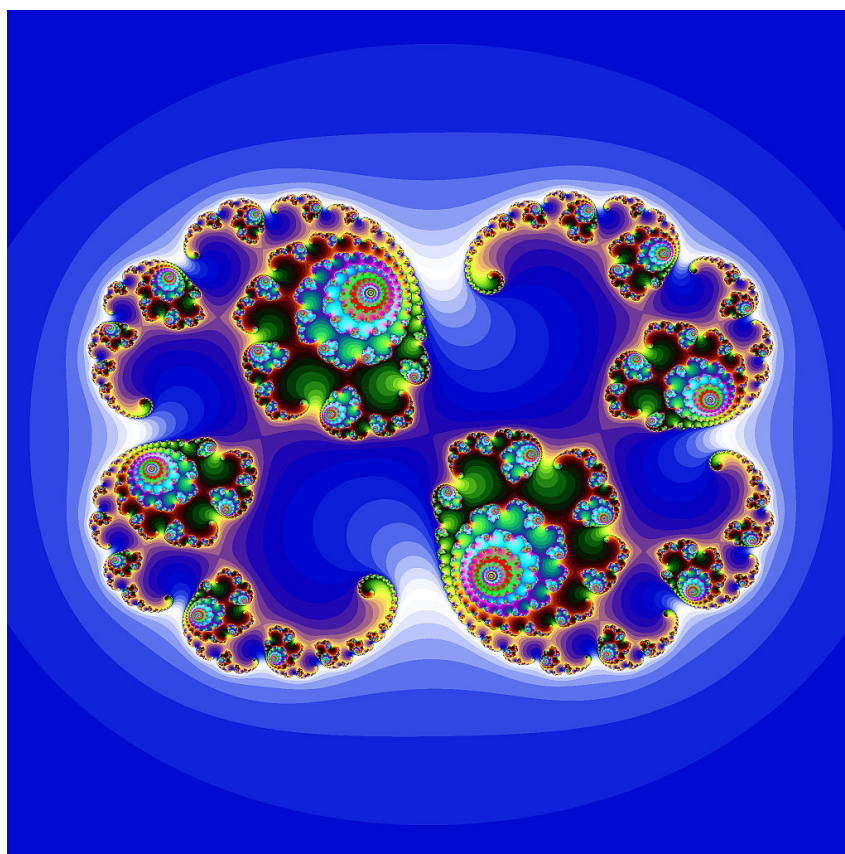


Figure 2. Ensemble de Julia (tourné de 90 degrés) pour le paramètre $a = 0,285 + 0,01i$. Les différentes couleurs ou niveaux de gris mettent en évidence les régions du plan complexe où la suite de Julia garde une valeur comprise entre certaines bornes après un ensemble fini d'itérations [source wikipedia, calcul proposé par Solkoll].

La figure géométrique obtenue n'est pas régulière. C'est une courbe qui n'a de tangente nulle part mais est continue partout ! De plus, elle met en évidence des invariances selon certaines transformations géométriques, comme des homothéties de rapport un tiers par exemple dans le cas de la courbe de von Koch. La courbe obtenue à la limite des graphes présentés Figure 1 est identique à elle-même après une transformation géométrique qui réduit les longueurs. Une partie de la courbe est analogue au tout.

L'idée de Gaston Julia est différente. Il considère (entre autres !) une suite z_n de nombres complexes* et se demande pour quelles valeurs de la condition initiale z_0 cette suite reste bornée. Il donne toute une série de conditions algébriques mais ne peut dessiner les ensembles qui, depuis, portent son nom. Le calcul explicite de ces géométries à l'aide des outils informatiques (voir par exemple la Figure 2) s'est intensivement développé au cours du 20e siècle.

Systèmes dynamiques

Grâce aux expériences numériques de Benoît Mandelbrot (1982), les géométries fractales se sont diffusées très largement depuis les années 1980. Par exemple, le fameux "ensemble de Mandelbrot", se définit à l'aide des suites de Julia. On fixe la condition initiale à $z_0 = 0$ et on étudie pour quelles valeurs du nombre complexe a la suite de Julia* correspondante reste bornée (Figure 3). À chaque point de l'ensemble de Mandelbrot correspond un ensemble de Julia qui commence à l'origine.

Aux itérations de fonctions polynomiales de nombres complexes, on peut substituer des suites très générales simplement définies par des relations de récurrence, des algorithmes. On se demande vers quel ensemble limite la suite se rapproche de plus en plus au fur et à mesure des itérations de l'algorithme. Dans les cas les plus simples, l'ensemble limite, l'attracteur, est un simple point et l'on dit que la suite a un "point limite". Dans le cas de

* La suite de Julia est définie par récurrence pour tous les nombres entiers n à l'aide de la relation $z_{n+1} = (z_n)^2 + a$. Elle est paramétrée par le coefficient a et par la condition initiale z_0 . Ce sont tous deux des nombres complexes, avec une partie réelle et une partie imaginaire ; l'"imaginaire pure" i satisfait à la relation $i^2 = -1$.

* La suite de Julia est définie par l'algorithme $z_{n+1} = (z_n)^2 + a$.

systemes comme un pendule ou un circuit électrique, un mouvement périodique peut s'installer et l'on parle alors de "cycle limite". Dans ces deux cas, la prédiction, au besoin approchée, des états du système aux temps longs est facile. On peut aussi avoir divergence comme pour les points qui n'appartiennent pas aux ensembles de Julia. Dans les autres cas, la structure géométrique de l'ensemble limite peut être très compliquée. Depuis David Ruelle et Floris Takens (1971), on parle alors d'"attracteur étrange".

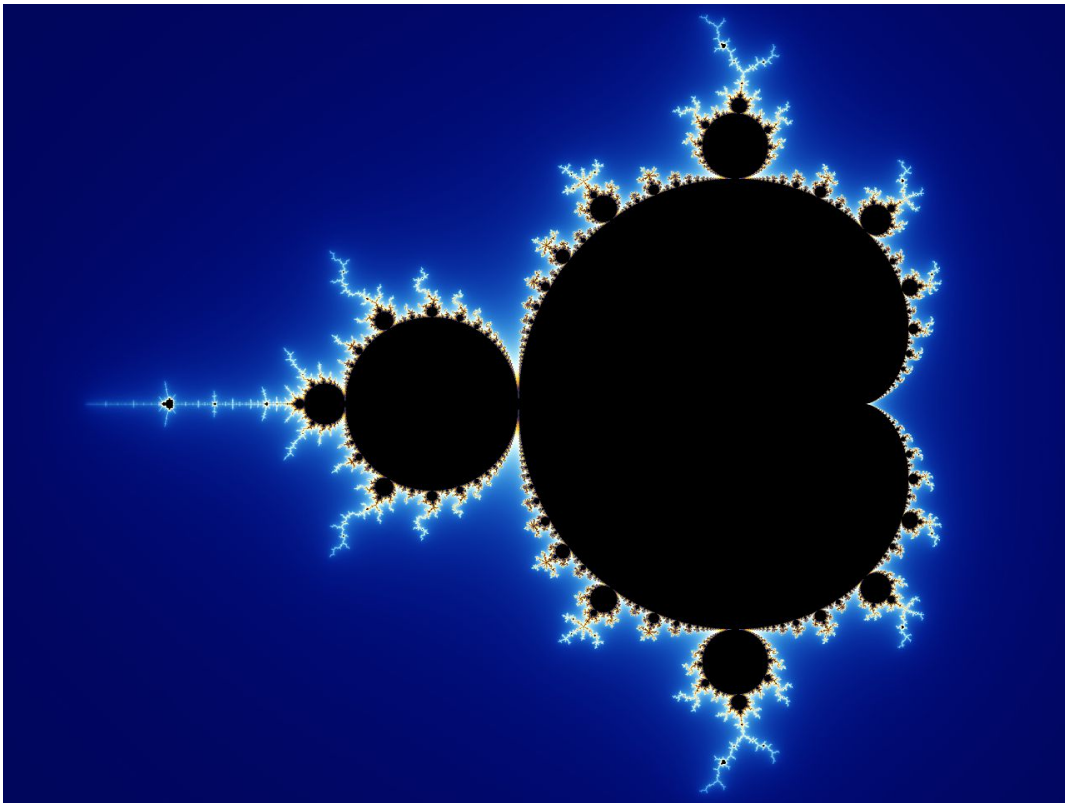


Figure 3. Ensemble de Mandelbrot [wikipedia].

C'est le cas par exemple pour l'attracteur de Michel Hénon (1976), facile à visualiser avec un ordinateur (voir la Figure 4). Au fur et à mesure des itérations, les points se placent de plus en plus près d'une figure géométrique qui représente le comportement asymptotique du système. Dans le cas de l'attracteur de Hénon, ce n'est ni une courbe, ni une surface, mais une figure fractale, un attracteur étrange.

Ces géométries fractales sont devenues extrêmement populaires. Il va de soi que les travaux mathématiques associés, comme par exemple ceux d'Adrien Douady, hélas trop tôt disparu, sont d'une extrême difficulté et

dépassent largement les quelques pages d'introduction qui peuvent être proposées ici. Nous renvoyons le lecteur au film *La Dynamique du lapin* qu'Adrien Douady a réalisé avec François Tisseyre, Claire Weingarten et Dan Sørensen (1996) et aux notes de cours qu'il a publiées avec John Hubbard (2007).

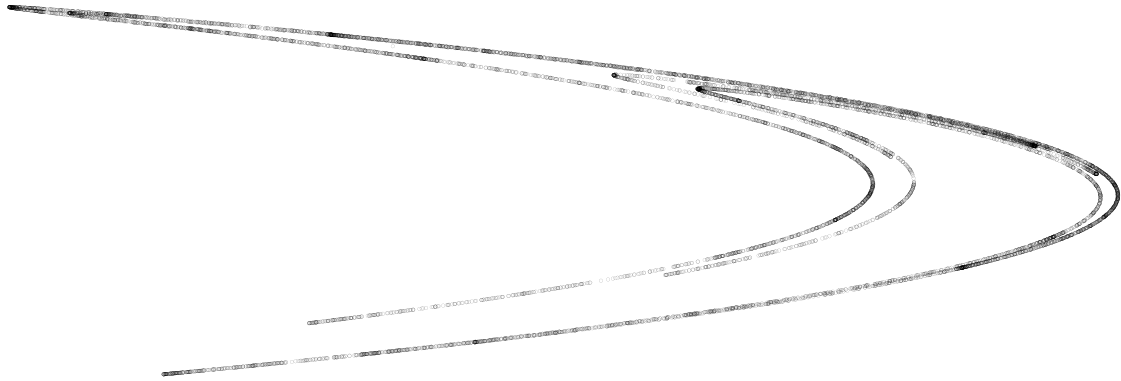


Figure 4. Attracteur de Hénon (1976). À partir du point $(x, y) = (1, 0)$, les itérations de l'application $(x, y) \mapsto (x', y') = (1 + y - ax^2, bx)$ avec $a = 1,4$ et $b = 0,3$ conduisent à une géométrie fractale, de dimension non entière [simulation de l'auteur].

Le chaos, c'est à dire l'imprévisibilité d'un système à long terme, peut surgir des équations différentielles ordinaires. C'est une grande découverte d'Henri Poincaré (1892), enfin comprise dans les années 1960, entre autres par le météorologue Edward Lorenz, puis mise en forme par les mathématiciens David Ruelle et Floris Takens. Pour des systèmes "bien choisis" d'équations différentielles, une petite perturbation des conditions initiales, comme "le mouvement d'une mouette" selon Edward Lorenz (1963), entraîne après un temps fini un écart sur la solution du système qui est de l'ordre de grandeur de la taille de l'espace de configuration explorable. La prédiction du mouvement est impossible du point de vue pratique et algorithmique. Une discrétisation assez précise du comportement dynamique pour assurer une prédiction correcte coûterait trop cher. De plus, la structure limite suivie par le système aux temps longs est intrinsèquement complexe. Attracteur étrange, elle est le plus souvent de dimension non

entière.

Ce chaos surgi des “systèmes déterministes” les plus classiques n’est pas restreint aux seuls modèles mathématiques. En cherchant des méthodes de prévision du mouvement des planètes du système solaire sur de très longues périodes de temps comme un milliard d’années typiquement, Jacques Laskar a découvert en 1996 que ce problème n’a pas de solution ! Si le mouvement des grosses planètes (Jupiter, Saturne) est stable et possible à déterminer dans un futur même très lointain, le mouvement des planètes intérieures (Mercure, Vénus, la Terre et Mars) est chaotique sur des périodes de l’ordre du million d’années, ce qui est très peu comparé à l’âge du système solaire, de l’ordre du milliard d’années. Ce “chaos déterministe” entraîne l’impossibilité d’une prédiction quantitative effective. Le mouvement à long terme des planètes intérieures du système solaire ressemble plus à un attracteur étrange qu’à la juxtaposition intemporelle des ellipses de Johannes Kepler !

Dimension non entière

Une caractéristique commune de ces figures fractales est la présence de dimension non entière. Il faut prendre d’abord le temps de reformuler la notion de dimension. En effet, une dimension est toujours un nombre entier dans la géométrie cartésienne classique. Un point est repéré par ses coordonnées qui forment une famille numérotée de nombres, finie ou infinie.

Pour le verre d’eau, nous avons bien entendu une dimension égale à trois. Nous pouvons avec cet exemple expérimenter la notion de dimension de Felix Hausdorff (1919), en étudiant ce qui se passe quand on compare le verre d’eau donné avec un récipient plus petit obtenu en changeant toutes les dimensions d’un facteur deux, pour fixer les idées. Il faut alors $N = 8$ verres d’eau de taille réduite pour remplir le verre initial. Ce nombre est égal au rapport $r = 2$ des longueurs entre le grand et le petit verre, entre les deux échelles d’observation du verre initial relativement au verre réduit, à la puissance trois*.

* De façon générale, on a la relation $N = r^d$, avec r rapport des échelles entre le



Figure 5. Arbre [photo de l'auteur].

Pour la courbe de von Koch, il faut toujours utiliser quatre segments de taille trois fois plus petite pour former l'itération suivante du motif. On a donc un rapport d'échelles $r = 3$ et un nombre $N = 4$ de petites parties pour former à nouveau le motif initial. La relation entre N , r et la dimension d nous montre donc que $d = \log 4 / \log 3 \simeq 1,26$, qui n'est pas un nombre entier.

La notion de dimension de Hausdorff peut se définir de manière très générale. Pour les objets classiques ou réguliers, elle est égale à la dimension usuelle. Pour les objets fractals, rugueux, elle est toujours strictement supérieure à la dimension usuelle. De plus, une fractale possède en son sein des copies d'elle-même à échelle réduite. Pour une introduction mathématique aux fractales, nous renvoyons le lecteur à la synthèse proposée par Stéphane Jaffard (2010).

grand et le petit système, N le nombre de petits systèmes nécessaires pour reconstruire le grand système et d la dimension.

Les fractales dans la nature

L'ensemble de Mandelbrot défini à l'aide de règles algébriques simples*, lui aussi fractal, contient en son sein des copies de lui-même. Un grand mérite de Benoît Mandelbrot (1973) est d'avoir reconnu que l'invariance d'échelle est également présente dans la nature qui nous entoure, comme les côtes de Bretagne, les nuages, les arbres, un flocon de glace ou les choux Romanesco. Une branche d'arbre est analogue à un arbre. La répétition d'une structure analogue à une structure plus petite s'observe dans la nature un nombre fini de fois : quelques unités pour un chou Romanesco, une dizaine avec un arbre et environ quatre vingts dans un verre d'eau.

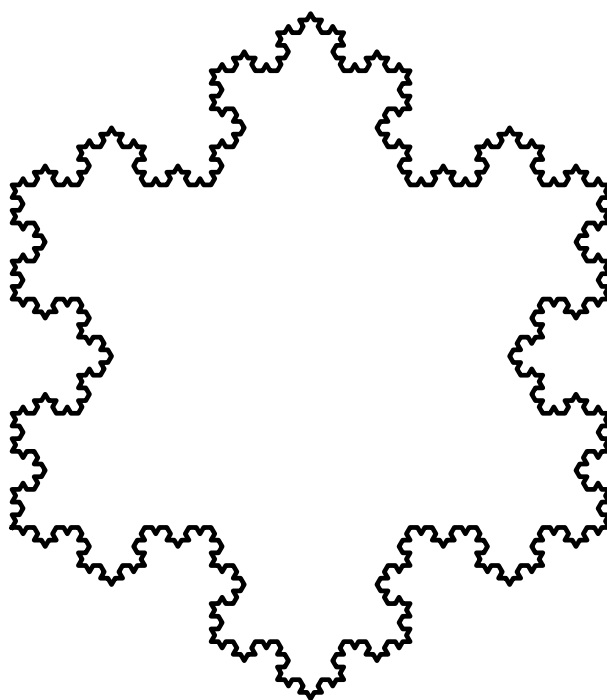


Figure 6. Le flocon de von Koch après cinq itérations. On peut le comparer en première approximation à un flocon de glace. Sa dimension n'est pas un nombre entier [simulation de l'auteur].

Une structure fractale plus cachée est présente dans nos poumons, véritables arbres en creux, inversés. Nous renvoyons par exemple aux travaux de

* Rappelons que l'ensemble de Mandelbrot est l'ensemble des nombres a du plan complexe pour lesquels la suite définie par $z_0 = 0$ et la récurrence $z_{n+1} = (z_n)^2 + a$ reste bornée si l'indice n tend vers l'infini.

Michael Shlesinger et Bruce West (1991) puis de Benjamin Mauroy, Marcel Filoche, Ewald Weibel et Bernard Sapoval (2004). Par ailleurs, l'ouvrage de Bernard Sapoval (1997) présente de nombreuses applications des fractales, du dépôt des électrolytes aux cours de la bourse, en passant par la corrosion des films d'aluminium.



Figure 7. Chou Romanesco [photo de l'auteur].

Les sciences sociales sont également un champ d'application des fractales. La structure d'une ville par exemple, peut être étudiée avec les outils introduits plus haut dans ce chapitre. Ainsi Michael Batty et Paul Longley (1994) d'une part, Pierre Frankhauser (1994) d'autre part ont mené deux études indépendantes qui font autorité sur l'organisation fractale des villes. Les fractales sont aussi la base de la théorie de la relativité d'échelle développée par Laurent Nottale (1993). C'est une théorie géométrique où l'espace-temps a une structure fractale compatible avec le principe de relativité. C'est aussi une théorie qui ne se laisse pas apprivoiser sans un très lourd investissement !

L'idée d'une structure fractale, où une partie bien choisie est identique au tout, s'oppose à une description traditionnelle de la nature. En effet,

aux diverses échelles spatiales, des structures stables sont bien identifiées : électrons, nucléons, atomes, molécules, virus, bactéries, cellules, êtres vivants, relations sociales. À chacune de ces structures correspond tout un champ de la connaissance scientifique : physique, chimie, biologie, sociologie, *etc.* Le développement d'une vision globale pour la modélisation des systèmes complexes demande de s'affranchir de cette approche à une échelle donnée, suivant les travaux de Ludwig von Bertalanffy (1968), Jean-Louis Le Moigne (1977) ou Eric Schwarz (2002).

Les divers aspects des fractales sont présents tout autour de nous dans la nature et également dans les structures sociales. Ainsi, une association de type "loi 1901" se dote de structures d'organisation qui par de nombreux aspects, s'inspirent ou même copient des structures politiques des communes, des régions, de l'état ou même de l'Union Européenne. Les relations qui formalisent les liens pour une structure associative sont-elles essentiellement de même nature que celles des grandes structures politiques qui nous gouvernent ?

-2- Quantique

“Il faut nous rappeler que ce que nous observons, ce n’est pas la nature en soi, mais la nature exposée à notre méthode d’investigation.”

Werner Heisenberg (1958).

La mécanique quantique est une théorie phénoménologique qui s’appuie sur un *corpus* mathématique important. Elle s’élabore au début du vingtième siècle afin d’expliquer le comportement discret, élémentaire, ponctuel, de la matière et des interactions aux échelles nucléaires, atomiques et moléculaires. Elle permet de faire des prédictions quantitatives remarquables dans ces divers domaines. Pour un exposé complet, nous renvoyons le lecteur aux traités classiques de Paul Adrien Maurice Dirac (1930), Lev Landau et Evgueni Lifchitz (1947), Albert Messiah (1959) ou de Claude Cohen-Tannoudji, Bernard Diu et Franck Laloë (1977). Un exposé contemporain et critique de nos connaissances est proposé par Franck Laloë (2011). Une défense du point de vue d’Albert Einstein et de Louis de Broglie est proposée par Michel et Alexandre Gondran (2014). Pour les réflexions d’ordre philosophique relatives à la mécanique quantique, les ouvrages de Bernard d’Espagnat (1994) et Michel Bitbol (1996) font autorité.

Nous évoquons d’abord dans ce long chapitre l’histoire de la théorie quantique, avant de développer les notions de spin, de spectre et de mesure avec la règle de Born. Nous poursuivons avec les structures et la dualité matière-relation, insistons sur l’extraordinaire efficacité de la mécanique quantique et présentons quelques éléments indispensables sur l’intrication. Enfin, quelques remarques de nature plus philosophique terminent ce chapitre.

Histoire

Au 19e siècle, “l’hypothèse atomique” s’est peu à peu imposée après le développement de la mécanique des milieux continus grâce aux travaux de Ludwig Boltzmann (1871) sur la structure atomique de la matière et de Max Planck (1901) sur la thermodynamique et ses interactions avec le

rayonnement. Selon cette idée nouvelle, la matière et le rayonnement ne sont pas un milieu continu, mais constitués de “grains élémentaires”, de quanta. Le “quantum d’action”*, action minimale dans la nature, a une valeur très petite dans les unités internationales†. Ainsi, pour comprendre l’effet photo-électrique découvert par Heinrich Hertz (1887), Albert Einstein (1905) suppose que la lumière est composée de grains élémentaires, de composants “insécables”, les photons.

Les quanta peuvent avoir une structure. La célèbre expérience d’Ernest Rutherford (1911) établit que les atomes qui constituent la matière sont essentiellement remplis (!) de vide avec un noyau très massif chargé positivement au centre et un électron quasi ponctuel insaisissable.

En 1889, Johannes Rydberg avait fait la synthèse des connaissances de la spectroscopie de l’atome d’hydrogène. Il paramètre la longueur d’onde des émissions lumineuses de l’hydrogène simplement à l’aide de nombres entiers‡. Puis Niels Bohr propose en 1913 un modèle planétaire de l’atome qui introduit explicitement l’hypothèse d’une structure discrète. Seules certaines “orbites” sont permises. Avec cette hypothèse de quantification, les émissions lumineuses de l’atome d’hydrogène sont expliquées.

Une difficulté fondamentale posée aux physiciens des années 1930 : la stabilité des atomes n’est pas compréhensible dans le cadre de la mécanique et de l’électromagnétisme classiques. La mécanique quantique a été développée pour rendre compte de cette stabilité.

La dualité onde corpuscule est proposée par Louis de Broglie en 1924, dans un cadre qui se nommait alors “mécanique ondulatoire”. Une “onde pilote” est associée à toute particule. Il faut ensuite trouver son équation ! C’est une des contributions d’Erwin Schrödinger (1926). Les travaux de l’école de Copenhague ont finalement conduit à introduire une fonction d’onde à valeurs complexes ; l’intégrale de son carré dans une région

* L’action a les dimensions du produit de l’énergie par un temps. On peut aussi la définir comme produit de l’impulsion (produit de la masse par la vitesse) par une longueur.

† Le quantum d’action est noté h et vaut $6,6 \cdot 10^{-34}$ joule-seconde.

‡ L’inverse de la longueur d’onde de l’émission lumineuse peut s’écrire sous la forme $R_y \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$, où le nombre R_y est la “constante de Rydberg” et m et n sont deux nombres entiers supérieurs ou égaux à 1.

donnée s'interprète comme la probabilité d'observation de l'objet quantique étudié. Nous y reviendrons.

Le modèle quantique est construit d'une part à partir des lois classiques de la mécanique et de l'électromagnétisme et d'autre part à l'aide de règles empiriques de quantification. Cet arsenal formel a été conçu pour donner un cadre opératoire afin de décrire la physique de l'atome. Il s'étend naturellement aux assemblages moléculaires et à l'ensemble de la chimie, avec par exemple la méthode des orbitales moléculaires de Friedrich Hund (1926) et Robert Mulliken (1927). Il peut également décrire le noyau et les structures de ses composants.

Ainsi, la structure du cœur de l'atome a été bien comprise suite aux travaux de Hideki Yukawa (1935). De très petite taille (son diamètre typique est de l'ordre du fermi*), le noyau est composé de protons et de neutrons. Notons que le proton et l'électron sont stables, alors que le neutron ne l'est pas puisque la désintégration du neutron conduit à la radioactivité bêta. Ces nucléons sont liés entre eux par une "interaction forte" qui leur permet de rester très proches malgré l'interaction électrostatique qui repousse les protons, de charge positive, les uns des autres.

Enfin, pour expliquer des expériences délicates de physique comme l'effet Zeeman anormal, la structure hyperfine des raies spectrales ou l'expérience proposée par Otto Stern (1921) puis Walther Gerlach et Otto Stern (1922), de déviation des atomes d'argent dans un champ magnétique inhomogène, le moment angulaire de l'électron, le "spin", c'est à dire le "tournoiement" en anglais, est proposé par George Uhlenbeck et Samuel Goudsmit en 1925.

Spin

La manière dont les objets quantiques "font tourner l'espace autour d'eux", ou tournent sur eux-mêmes dans un langage plus familier, est décrite de manière abstraite par le spin, qui ne se comprend bien que dans le cadre de la théorie mathématique de la représentation du groupe des rotations de l'espace euclidien de dimension trois. Si la notion de nombre premier est une conséquence élaborée de l'idée de nombre entier et de l'opération de

* Un fermi, ou femtomètre, vaut 10^{-13} cm, soit 10^{-15} m.

multiplication, le concept de spin est une conséquence de la notion mathématique de groupe, imaginée par Évariste Galois et formalisée par Felix Klein au 19e siècle. Le spin d'un élément du monde décrit par la théorie quantique est toujours un nombre entier ou un multiple entier de un demi*.

Ainsi, des particules quasi-ponctuelles comme l'électron, très léger, porteur de la charge électrique négative élémentaire, ou plus lourd comme le proton ou le neutron, de masse quasi-identique à celle du proton, mais neutre électriquement, tournent sur elles-mêmes et ont un spin égal à $\frac{1}{2}$. Le spin est un "moment cinétique intrinsèque" qui crée un moment magnétique propre à la particule. On dispose dans ce cas de deux états bien distincts dans l'interaction avec un champ. Surtout, une valeur demi-entière du spin n'a pas d'interprétation dans le cadre de l'électromagnétisme classique. Dans la suite de ce paragraphe, nous explorons les divers spins dans un ordre non monotone à partir de la valeur $\frac{1}{2}$: $\frac{3}{2}$, 1, 0 et 2.

S'il n'existe pas à notre connaissance de particule élémentaire de spin $\frac{3}{2}$, le sodium 23, constituant essentiel du sel de cuisine ordinaire, a un noyau composé de 11 protons et 12 neutrons qui lui donne un spin global de $\frac{3}{2}$. Ce moment magnétique élevé lui confère de remarquables propriétés lors des interactions de résonance magnétique nucléaire. Nous renvoyons le lecteur par exemple à l'ouvrage de Pierre Laszlo (2004).

Le spin vaut 1 pour le photon, boson de la lumière et des ondes électromagnétiques. Il se manifeste dans notre monde quotidien. On peut citer aussi les "bosons intermédiaires" W et Z, de spin 1, porteurs de l'interaction faible, mis en évidence dans les années quatre vingts par John Dowell, Peter Kalmus, Simon van der Meer, Carlo Rubbia et leurs collègues de l'expérience "UA1" au Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire à Genève (voir Geoffrey Arnison et ses collègues, 1983).

L'interaction forte permet de structurer les noyaux des atomes, malgré des charges de même signe qui repoussent *a priori* les protons. Richard Feynman a eu l'idée (1969) que le nucléon n'est pas ponctuel et est composé de "partons" qui n'ont pas de structure géométrique perceptible. Murray

* Le spin est souvent noté σ et prend uniquement les valeurs suivantes : 0, $\frac{1}{2}$, 1, $\frac{3}{2}$, 2, ...

Gell-Mann (1964) et George Zweig (1964) ont par ailleurs, à partir d'une analyse des symétries, proposé le modèle des "quarks" pour décrire le nucléon comme un assemblage de trois quarks qui échangent en permanence des "gluons" de couleur. Chaque quark est de spin un demi et le gluon est de spin unité ; c'est un des constituants du "modèle standard" de la physique des hautes énergies. Malgré les difficultés conceptuelles liées au confinement des quarks, à l'impossibilité de les isoler, et à leur charge électrique fractionnaire, le modèle a été confirmé par les expériences menées à l'accélérateur linéaire de Stanford en 1969, pilotées par Jerome Friedman, Henry Kendall (1972) et Richard Taylor (1969). Le développement théorique de la "chromodynamique quantique" par David Politzer (1973), David Gross et Frank Wilczek (1973) a ensuite permis l'essentiel des prédictions en physique des hautes énergies. Dans sa version de théorie quantique des champs, la mécanique quantique permet de traiter le cas d'un nombre variable de particules. Ce *corpus* de connaissances est décrit de manière approfondie par exemple dans le livre de Gilles Cohen-Tannoudji et Michel Spiro (1984).

Le boson scalaire ou "boson de Higgs" est introduit en 1964 par François Englert et Robert Brout, Peter Higgs, puis Gerald Guralnik, Carl Richard Hagen et Thomas Kibble, au sein de trois équipes indépendantes. C'est une particule de spin nul qui est en quelque sorte la clef de voûte du modèle standard de la physique des particules. Il a été mis en évidence expérimentalement au CERN en 2012, au sein de la collaboration ATLAS, acronyme de A Toroidal LHC ApparatuS, dispositif instrumental toroïdal pour le Large Hadron Collider, par Georges Aad et ses collègues.

Enfin, le graviton, de spin 2, porteur de l'interaction gravitationnelle dans le cadre de l'approche quantique actuellement la plus universellement acceptée, est encore à ce jour à observer directement. L'existence d'ondes gravitationnelles compatibles avec son existence fait consensus depuis la publication des résultats des expériences "Ligo" et "Virgo" (voir Ben Abbott et ses collègues, 2016). Après le concept de spin, nous explorons la notion de spectre.

Spectre

Pour connaître l'évolution libre d'un système quantique en l'absence de processus de mesure, une équation aux dérivées partielles a été proposée par Erwin Schrödinger (1926). Elle décrit l'évolution au cours du temps de la fonction d'onde ψ^* . Cette fonction d'onde prend ses valeurs dans un espace de Hilbert noté ici V . Cet espace géométrique est composé de fonctions définies sur l'espace ordinaire de dimension trois et à valeurs dans le corps des nombres complexes. Pour de plus amples informations, nous renvoyons le lecteur aux traités classiques cités dans l'introduction de ce chapitre.

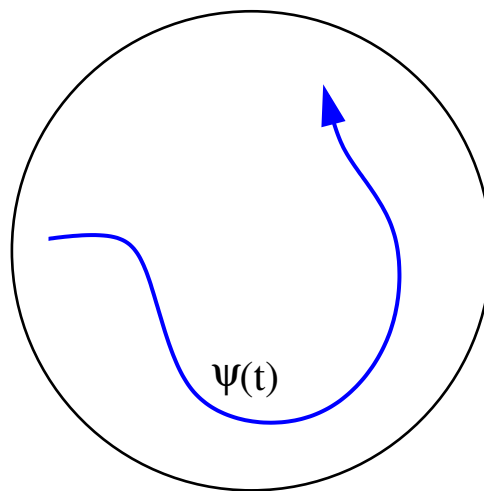


Figure 1. Représentation dans l'espace des états V de l'évolution régulière de la fonction d'onde en l'absence de mesure. Elle satisfait à l'équation de Schrödinger dynamique, reste de norme unité et navigue sur une sphère dans cet espace de Hilbert [représentation de l'auteur].

Dans ce modèle mathématique, l'interaction est représentée par le hamiltonien. Il permet d'écrire l'équation de Schrödinger dynamique. C'est un opérateur (non borné !) défini sur l'espace de Hilbert V et qui agit sur les fonctions d'ondes. Il est naturellement représenté par une matrice lorsqu'on approche la fonction d'onde dans un espace de dimension finie.

* L'équation de Schrödinger dynamique s'écrit à l'aide de l'imaginaire pure i , de la constante de Planck "réduite" $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, de l'opérateur de dérivation temporelle $\frac{\partial}{\partial t}$ et d'un opérateur auto-adjoint, le "hamiltonien" $H: i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H \cdot \psi$.

La théorie spectrale, étude des modes propres de l'opérateur hamiltonien, est centrale dans le formalisme de la mécanique quantique puisqu'une observation physique est nécessairement une valeur propre d'un opérateur (auto-adjoint). Le spectre d'énergie d'une structure élémentaire décrite par le hamiltonien H de l'équation de Schrödinger est défini par l'ensemble des valeurs propres E_k . Ces valeurs propres E_k sont des nombres (réels) pour lesquels il existe un vecteur propre φ_k appartenant à l'espace de Hilbert V de sorte que si l'opérateur H agit sur le vecteur propre φ_k , alors l'effet est une simple multiplication de ce vecteur par le nombre E_k^* .

Un des postulats de la mécanique quantique : le spectre d'énergie (de l'atome d'hydrogène pour fixer les idées) est observable expérimentalement *via* les transitions continues qu'effectue l'électron entre les différents niveaux quantiques. De plus, le résultat d'une mesure est directement associé aux valeurs propres E_k de l'opérateur hamiltonien (Max Born, 1926).

Dans son ouvrage issu de conférences, Niels Bohr (1929) nous rappelle que "tout système atomique possède une multiplicité d'états stationnaires qui correspondent en général à une série discrète de valeurs de l'énergie ; ces états sont caractérisés par une stabilité particulière, d'après laquelle toute variation d'énergie de l'atome doit être accompagnée d'une transition totale de celui-ci d'un état stationnaire à un autre". Et il ajoute : "l'émission et l'absorption de rayonnement par un atome sont liées aux variations possibles de l'énergie, la fréquence $[\nu]$ du rayonnement étant déterminée par la condition de fréquence $h\nu = E_1 - E_2$, c'est à dire par la différence d'énergie entre l'état initial et l'état final du processus de transition considéré".

La mécanique quantique utilise des opérateurs qui en général ne commutent pas entre eux[†]. Cette propriété algébrique entraîne l'incompatibilité de mesures infiniment précises sur certains couples de variables comme par exemple la position et l'impulsion, produit de la masse par la vitesse.

* On a la relation $H\varphi_k = E_k\varphi_k$ qui définit à la fois la valeur propre E_k , c'est à dire le niveau d'énergie et le vecteur propre φ_k , état du système pour l'énergie E_k . Notons que par définition, le vecteur propre φ_k est toujours différent de zéro.

† Pour deux opérateurs A et B qui ne commutent pas, l'ordre avec lequel on effectue le produit a de l'importance et en général, $AB \neq BA$.

Les inégalités de Heisenberg permettent de quantifier ces incertitudes. Le produit Δx de l'erreur sur la position par le produit Δp de l'erreur sur l'impulsion est nécessairement supérieur ou égal à un nombre de l'ordre de grandeur de la constante de Planck h^* . En conséquence la notion même de vitesse n'a plus de sens dans la théorie quantique !

Dans cette approche mathématique très formelle et en un sens presque dogmatique, la matière "classique" apparaît pour la théorie quantique *via* une "probabilité de présence" en considérant le carré du module $|\psi|^2$ de la fonction d'onde[†].

Mesure et règle de Born

Dans l'expérience d'interférences de Thomas Young, on place un écran percé de deux trous entre une source lumineuse et un plan d'observation. On constate l'apparition de franges d'interférence sur l'écran, alternance de zones sombres et de zones plus claires. Elles sont caractéristiques de la nature ondulatoire de la lumière et disparaissent si on bouche l'un des deux trous ; la lumière doit passer par les deux ouvertures pour provoquer le phénomène d'interférence. Cette propriété s'oppose de façon fondamentale à la nature granulaire des quanta où la lumière est considérée comme un ensemble de grains, les photons.

Nous n'avons pas de mot simple pour dire "le photon passe par les deux trous" dans cette expérience des fentes d'Young. Si nous le disons, ils peuvent appeler de hauts cris d'impossibilité matérielle : un objet unique ne peut pas passer par deux endroits distincts. Mais le modèle mathématique du dispositif expérimental et les prédictions qu'il permet n'excluent pas cette interprétation. Et la comparaison entre la prévision et les résultats d'interférence est de l'ordre de la perfection intellectuelle ! Si on essaie de savoir absolument par quelle fente le photon est passé, on perturbe très fortement le dispositif expérimental et on détruit les franges d'interférence. Afin d'en savoir plus, il est possible de faire des simulations numériques.

* On a la relation $\Delta x \Delta p \gtrsim h$.

† Pour un modèle décrivant une unique entité élémentaire par exemple, la probabilité dP de l'observer avec la position x et une incertitude dx sur la position vaut simplement $dP = |\psi(x)|^2 dx$.

Nous renvoyons le lecteur aux très beaux résultats obtenus dans cette direction par Michel Gondran et Alexandre Gondran (2005).

Alfred Kastler suggérait (1980) que l'expérience des fentes d'Young devrait être reproduite avec des molécules massives, le benzène par exemple. La petitesse de la longueur d'onde de De Broglie*, associée aux objets "massifs" comme les électrons ou les atomes demande de les ralentir en les refroidissant. Cette expérience a été réalisée au début des années quatre vingt dix au Japon pour des électrons (Akira Tonomura et ses collègues, 1989), au début du vingt-et-unième siècle pour les fullerènes (Olaf Nairz et ses collègues, 2002), puis avec des molécules organiques encore plus lourdes par l'équipe de Markus Arndt (2011).

L'observation, la mesure, perturbent fondamentalement le monde microscopique lorsqu'on cherche à l'observer. Si on cherche une information relative à un "objet élémentaire" microscopique de la nature, alors nécessairement on modifie son état. L'observation perturbe le système mesuré. L'idée d'un monde "en soi", indépendant de l'observateur est-elle remise en cause ? Délicate question ! Nous pensons que le plus difficile pour un observateur humain occidental est de gérer la frustration de ne pas pouvoir tout savoir, même conceptuellement ! Les physiciens sont devenus très modestes dans leur approche de la description du monde. Pour Werner Heisenberg (1947), "c'est avant tout le réseau des rapports entre l'homme et la nature qui est la visée centrale de cette science [la Physique]".

Nous voulons insister sur l'aspect "multi-échelles" d'une mesure microphysique effectuée en laboratoire. Lors de l'interaction avec le dispositif expérimental, le système quantique n'évolue plus de façon régulière en suivant l'équation de Schrödinger dynamique. La "réduction du paquet d'ondes" lors de la mesure, introduite par John von Neumann (1932), suppose qu'à l'issue du processus, l'état quantique ψ a été "projeté" sur le vecteur propre correspondant au résultat de la mesure[†]. On a donc une

* La longueur d'onde de De Broglie λ est définie par la relation $p\lambda = h$, où h est la constante de Planck et p l'impulsion, produit de la masse par la vitesse.

† On a simplement la relation $\psi_{\text{après la mesure}} = \varphi_k$ si le résultat de la mesure est égal à la valeur propre E_k .

évolution brutale de la fonction d'onde due à l'interaction des échelles microscopique et macroscopique.

Si l'évolution dynamique *via* l'équation de Schrödinger est déterministe, le choix d'une valeur propre E_k particulière est dû au hasard. La règle de Born (1926) donne simplement la probabilité d'observer la valeur particulière E_k^* . Avec cette règle, l'approche quantique introduit le hasard au sein de la modélisation mathématique. Et le calcul quantique des probabilités ne relève *pas* de l'axiomatique proposée en 1933 par Andreï Kolmogorov dans son ouvrage fondateur sur la théorie mathématique des probabilités. Citons un extrait de la célèbre lettre d'Albert Einstein à Max Born le 7 septembre 1944 (1955) : “[...] Nos espérances scientifiques nous ont conduit chacun aux antipodes de l'autre. Tu crois au dieu qui joue aux dés et moi à la seule valeur des lois dans un univers où quelque chose existe objectivement, que je cherche à saisir de manière sauvagement spéculative [...]”

Dans une réflexion fondamentale, Mioara Mugur-Schächter (2008) souligne le fait que les quanta microscopiques comme les atomes ou les photons ne sont pas directement perceptibles par nos sens. En conséquence, toute connaissance possible pour un observateur humain d'un quantum microscopique est fondée sur les protocoles expérimentaux. La notion même d'expérience scientifique doit être reconsidérée ainsi que le rappelait Heisenberg (1947). L'interaction entre un quantum microscopique et les modifications macroscopiques de l'appareil de mesure définissent l'élément de la nature qui est observé. Ainsi, l'approche quantique ne propose pas un *a priori* ou une description externe de la nature.

Nous retenons que la théorie quantique propose deux dynamiques très différentes pour décrire l'évolution dans le temps de la fonction d'onde : l'évolution régulière réversible, interaction à la micro-échelle traitée par l'équation de Schrödinger d'une part, l'évolution brutale d'interaction entre échelles due à l'opération de mesure d'autre part. Dans le premier cas, on est

* La règle de Born énonce que la probabilité de mesurer la valeur d'énergie E_k est égale au carré du module du produit scalaire $|(\psi, \varphi_k)|^2$ entre l'état ψ au moment de la mesure et le vecteur propre φ_k associé.

en présence d'une onde et dans le second, une particule matérielle peut être observée. Cette "dualité onde-particule" est une approche pragmatique pour exprimer par exemple qu'il est impossible de "regarder ce qui se passe à l'intérieur du processus de mesure" où un atome microscopique décrit par un modèle mathématique précis entre en interaction avec un environnement complexe non représenté par le modèle microscopique. Nous remarquons ici la violence du processus de mesure puisque l'état du micro-système juste après la mesure est imposé par les caractéristiques du système de mesure !

Dualité matière-relation

La description du *corpus* de connaissances empiriques de la théorie quantique n'est pas terminée. Une caractéristique fondamentale des éléments quantiques est leur indiscernabilité. Si par la pensée, j'imagine que je dispose de deux électrons et que je les échange, je n'ai par là absolument rien changé au monde existant. Les deux électrons sont indiscernables et rien ne me permet de les reconnaître. Cette indiscernabilité se traduit de manière opérationnelle au sein de la théorie quantique : une population de N atomes identiques est décrite par une seule fonction d'onde ψ , vecteur d'état dans un espace de Hilbert, qui prend en compte de manière première l'indiscernabilité *via* une hypothèse de symétrie.

Le modèle mathématique qui sous-tend cette réalité s'exprime de la manière suivante : la fonction d'onde ψ est une fonction de N arguments quantiques élémentaires q_1, q_2, \dots, q_N *. Dans l'échange[†] de deux des arguments, elle se transforme de manière particulière de façon à ne pas changer la nature physique qu'elle représente. Avec la mécanique quantique traditionnelle, sous l'action d'un tel échange des arguments, interversion de deux électrons par exemple comme évoqué plus haut, la fonction d'onde ψ peut être inchangée et l'on parle de "boson"[‡] ou bien changer de signe et on est en présence d'un "fermion"[§]. La fonction d'onde de plusieurs éléments

* On note simplement $\psi = \psi(q_1, q_2, \dots, q_N)$.

† On note τ_{ij} l'opérateur d'échange des deux arguments q_i et q_j , proposé initialement par Paul Dirac dans son livre (1930) : $\tau_{ij}(\dots, q_{i-1}, q_i, q_{i+1}, \dots, q_{j-1}, q_j, q_{j+1}, \dots) = (\dots, q_{i-1}, q_j, q_{i+1}, \dots, q_{j-1}, q_i, q_{j+1}, \dots)$.

‡ Pour un système de bosons identiques, $\psi(\tau_{ij}(q_1, q_2, \dots, q_N)) = \psi(q_1, q_2, \dots, q_N)$.

§ Pour des fermions identiques, $\psi(\tau_{ij}(q_1, q_2, \dots, q_N)) = -\psi(q_1, q_2, \dots, q_N)$.

quantiques est *in fine* symétrique dans le premier cas et antisymétrique dans le second.

Nous avons vu que le spin, notion purement quantique, décrit le moment cinétique intrinsèque d'une particule *a priori* ponctuelle. La valeur du spin structure l'ensemble des éléments de la nature. La matière est composée de fermions (particules de spin demi-entier) alors que les relations entre les constituants de la matière sont composées de bosons (particules de spin entier). D'un point de vue statistique, les fermions (électron, positon, proton, neutron, *etc*) suivent la loi de Fermi-Dirac (Enrico Fermi, 1926 ; Paul Dirac, 1926) alors que les bosons (le photon par exemple) suivent celle de Bose-Einstein (Satyendra Nath Bose, 1924 ; Albert Einstein, 1924).

Pour des raisons profondes de topologie du groupe des rotations de l'espace ordinaire à trois dimensions, avec une tentative d'appriovissement à l'Annexe B, Markus Fierz (1939), Wolfgang Pauli (1940), Richard Feynman (1949) et Julian Schwinger (1951) ont proposé le "théorème spin-statistique". Ce résultat s'énonce en deux étapes.

D'abord, les bosons sont toujours les porteurs individualisés des interactions : photon pour la lumière, l'électricité et le magnétisme, gluon pour l'interaction forte au sein des noyaux atomiques, boson intermédiaire pour l'interaction faible et enfin graviton encore à mettre en évidence expérimentale... Enfin, les bosons peuvent s'apparier en grand nombre dans un même état et former un "condensat de Bose-Einstein", notion proposée dès 1925. Un tel condensat à très basse température a été réalisé par Éric Cornell et Carl Wiesmann (Anderson et ses collègues, 1995). De plus, on sait aussi depuis Wolfgang Ketterle et Hans-Joachim Miesner (1997) produire un effet laser avec des atomes, montrant par là une facette spectaculaire de l'indiscernabilité quantique.

De manière duale, les fermions représentent les constituants "ultimes" de la matière, comme le proton, le neutron ou électron. Ainsi que le précise David Bohm (1951), "des électrons différents n'ont pas d'identité, puisqu'ils ne peuvent agir comme des objets séparés et distincts, qui peuvent, eux, en principe, être identifiés". Une conséquence de l'antisymétrie de la fonction d'onde d'un ensemble de fermions est que deux

constituants de matière de même nature ont une probabilité nulle d’occuper la même position : c’est le “principe d’exclusion” de Wolfgang Pauli (1933), fondamental pour la structure du nuage électronique des atomes et en conséquence pour l’ensemble de la chimie ! Ce principe d’exclusion de Pauli est pour nous (voir l’Annexe A) un guide essentiel pour tenter de mieux comprendre la notion même d’espace à l’échelle microscopique : la matière crée l’espace, les relations le structurent ! Des éléments de la nature peuvent aussi apparaître ou même disparaître. Nous nous y intéressons dans le paragraphe suivant.

Théorie quantique des champs

Un atome “émet” une interaction, lance un message, reçu ensuite par ce même atome ou bien par un autre. Du point de vue quantique, une structure aussi simple que l’atome d’hydrogène résulte d’une interaction continue, comme un “bavardage”, entre les éléments matériels. Cette interaction crée un spectre d’énergie.

Ainsi, la compréhension d’effets électromagnétiques “fins” et “hyperfins” avec un possible changement du nombre d’éléments dans le système quantique, création et annihilation de bosons et de fermions, a demandé d’aller au-delà de l’approche décrite plus haut, dite depuis de “première quantification”, avec la création de l’électrodynamique quantique et de la “seconde quantification”. Ce travail a été mené par Richard Feynman (1949). Les outils opératoires mis en place dépassent largement le cadre de cet essai. Nous renvoyons au livre de Pierre Ramond (1981) ou au traité de Claude Itzykson et Jean-Bernard Zuber (1980). Pour mener à bien ce projet, Feynman a mis en œuvre une “intégrale de chemin” et une méthode de renormalisation pour éliminer les termes infinis qui apparaissent dans les calculs de l’interaction entre la matière et le champ quantique. Cette approche introduit des termes correctifs de masse qui prennent en compte l’interaction de la matière avec le champ.

La renormalisation n’est pas une théorie mathématique complètement justifiée. Richard Feynman en témoigne lui-même dans sa conférence de réception du prix Nobel en 1965 soit vingt ans après sa découverte (voir *La nature de la physique*, 1980) : “le processus de renormalisation pouvait être

effectué... Je n’arrivai pas à le démontrer, mais, de fait, ça marche. Il est heureux que je n’aie pas attendu d’avoir réglé ce point [pour publier mon article] car pour autant que je sache, personne n’a réussi.”

La popularisation de la théorie quantique des champs s’est effectuée à l’aide des diagrammes de Feynman où les particules élémentaires (électron, positon, proton, etc.) et les interactions (photons) sont représentées par des graphes. L’interaction entre deux éléments de matière (deux électrons typiquement en électrodynamique quantique) est représentée par une succession d’interactions où la matière échange, se transfère une interaction (photon) représentée par des traits pointillés (voir la Figure 2). On a aussi pris l’habitude de rendre compte de termes de perturbations plus complexes, où de la matière peut être créée puis annihilée. Ainsi, les diagrammes de Feynman véhiculent une imagerie intuitive très forte de la théorie quantique des champs.

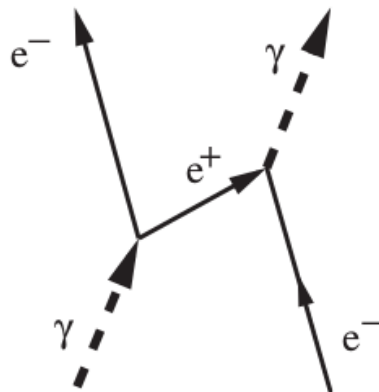


Figure 2. Création et annihilation d’une paire électron-positon, d’après Feynman [Conférence Nobel, 1965].

L’intégrale de chemin qui sous-tend les calculs de théorie quantique des champs est toujours en cours de justification avec le “calcul de Malliavin” (Paul Malliavin, 1978, voir aussi son livre, 1997), les travaux de Pierre Cartier et Cécile DeWitt sur l’intégrale fonctionnelle (2006) ou la géométrie non commutative d’Alain Connes et Matilde Marcolli (2008).

Efficacité

Il est étonnant de constater qu'un cadre conceptuel très peu satisfaisant du point de vue esthétique fournit des prédictions numériques remarquables. La théorie quantique est une théorie physique d'une immense efficacité, comme en témoigne la prédiction théorique extrêmement précise de certaines valeurs de paramètres physiques, confirmées par les observations en spectroscopie atomique et moléculaire. Ainsi par exemple les quatorze (!) chiffres significatifs de la constante de Rydberg* mesurés par Béatrice de Beauvoir et ses collègues (2000).

La théorie quantique est avant tout phénoménologique. Elle repose sur des concepts semi-empiriques et des hypothèses *a priori* afin de suivre au mieux les expériences. Le lecteur a constaté que ce cadre de pensée induit un certain dogmatisme dans la présentation classique de l'Ecole de Copenhague. Des tentatives modernes pour proposer une autre représentation sont en développement, avec par exemple les approches de Carlo Rovelli (1996) et de Philippe Grangier (2002).

Observons enfin que l'existence dans notre vie quotidienne du 21^e siècle des lasers, des transistors, des ordinateurs et des téléphones portables est une conséquence ultime des développements de la mécanique quantique !

Intrication

Les principes fondateurs décrits ci-dessus posent des questions aux chercheurs. On peut citer l'indiscernabilité *via* le principe d'exclusion de Pauli, la dualité entre matière-interaction, les statistiques quantiques de Fermi-Dirac et Bose-Einstein ou la réduction du paquet d'ondes, projection de l'état observé lors de l'interaction avec un appareil de mesure. De plus, la mécanique quantique soulève une foule de paradoxes liés au fait qu'un "objet quantique élémentaire" est en général une fonction de l'espace et du temps, donc un état délocalisé, une onde qui peut se manifester comme

* La constante de Rydberg R_y relie la masse au repos de l'électron, sa charge électrique, la permittivité du vide, la constante de Planck et la vitesse de la lumière dans le vide. Elle a les dimensions de l'inverse d'une longueur. Elle permet de paramétrer les fréquences lumineuses émises par les atomes.

particule lors d'une mesure, de façon tout à fait incompatible avec une approche classique.

Ainsi, le paradoxe dit d'Einstein-Podolsky-Rosen (Albert Einstein, Boris Podolsky, Nathan Rosen, 1935) a permis de poser la question de la "complétude" de la théorie quantique. Dans leur article "La description de la réalité physique par la mécanique quantique est-elle complète ?" ces trois célèbres auteurs se posent la question suivante : que se passe-t-il si on effectue une nouvelle mesure sur deux quantités physiques ayant interagi dans le passé ? La mécanique quantique est holistique. Elle considère ces deux éléments comme un seul "objet quantique" : ils sont intriqués. Cette question en apparence anodine pose le problème de savoir si la mécanique décrit l'ensemble de ce qui est observable ou si elle doit être complétée. Existe-t-il des "variables cachées"?

S'ouvre alors à la fin des années trente un débat scientifique et philosophique entre une vision "classique", Einsteinienne, du monde, où la théorie quantique serait encore à compléter et une vision "moderne", quantique, défendue par Niels Bohr (1935), d'un monde où la théorie quantique contient toute l'information disponible. Notons que ce programme de travail a été parfaitement prévu par Bohr (1929) : "le postulat quantique nous oblige à renoncer à une description à la fois causale et spatio-temporelle des phénomènes atomiques". Dans cette quête, David Bohm (1950) aura consacré une grande énergie. Son travail est maintenant bien reconnu puisqu'on parle de l'expérience "EPRB", associant le nom de Bohm à ceux d'Einstein, Podolsky et Rosen.

Avec la mise en évidence d'inégalités statistiques, une étape capitale pour l'avancement de ce débat est franchie par John Bell (1964), puis par John Clauser, Michael Horne, Abner Shimony et Richard Holt (1969). En effet, les "inégalités de Bell" permettent une confrontation directe avec l'expérience. Suivons Bernard d'Espagnat (1979) : "les inégalités de Bell permettent de mettre l'interprétation de Copenhague de la théorie quantique à l'épreuve des faits".

Les expériences cruciales ont été proposées et réalisées par Alain Aspect et son équipe (1982). Elles ont donné raison à la mécanique quantique,

comme l'indique clairement le titre de l'article de 1982 : "Réalisation expérimentale de la Gedankenexperiment d'Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm : une nouvelle violation des inégalités de Bell". Si l'on consulte la page de présentation des travaux d'Alain Aspect sur le site internet de l'Académie des Sciences, on y lit (en 2004) : "Alain Aspect a mis en évidence la non séparabilité de la mécanique quantique, en démontrant la violation des inégalités de Bell pour une paire de photons intriqués, par trois expériences se rapprochant de plus en plus de l'expérience de pensée d'Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm. Il a utilisé ensuite la source de paires de photons corrélés qu'il avait mise au point pour réaliser, avec Philippe Grangier, des expériences sur les propriétés quantiques de la lumière, en particulier sur les états à un seul photon où la dualité onde-particule est mise en évidence de façon frappante." Dans un article postérieur (2015), il considère comme clos le débat entre Einstein et Bohr suite à toutes les expériences plus récentes.

Philosophie

Les deux aspects d'onde et de particule de la mécanique quantique ont très vite orienté les chercheurs vers des questions de logique fondamentale. Dès 1936, Garrett Birkhoff et John Von Neumann se posent la question d'une logique sous-jacente à la mécanique quantique. Puis Stéphane Lupasco s'interroge (1940) sur les liens entre le formalisme de la mécanique quantique et la pensée humaine. Ces réflexions le conduisent à développer ensuite une logique qui autorise le tiers inclus (1947). Dans leur livre très complet (1981), Enrico Beltrametti et Gianni Cassinelli donnent un état de l'art de la logique induite par la mécanique quantique. Enfin, la philosophe Maria Luisa Dalla Chiara et ses collaborateurs donnent un panorama complet des travaux qui relient le développement des ordinateurs quantiques et la logique (2018).

La non localité quantique remet aussi en cause l'idée d'un espace-temps kantien préliminaire à l'expérience physique. On peut à ce propos citer le magnifique passage de Werner Heisenberg (1969) : "Les symboles mathématiques par lesquels nous décrivons une telle situation d'observation représentent plutôt le possible que le réel. Peut-être serait-il permis de dire qu'ils

représentent quelque chose d'intermédiaire entre le possible et le réel ; ce quelque chose d'intermédiaire ne peut être appelé "objectif" que, tout au plus, au même titre que la température en thermodynamique statistique. La connaissance ainsi acquise permet sans doute certaines prédictions sûres et précises, mais en règle générale elle permet seulement des conclusions en ce qui concerne la probabilité d'un événement futur. Kant ne pouvait pas prévoir que, dans des domaines de la connaissance expérimentale qui se situent au-delà de l'expérience quotidienne, une classification des perceptions d'après le modèle de la "chose en soi" ou -si vous préférez- de l'"objet" ne peut plus se faire ; autrement dit, pour utiliser une formule simple, que les atomes ne sont pas des "choses" ou des "objets".

La théorie quantique et les expériences scientifiques demandent donc une véritable révolution philosophique qui impose de re-penser la notion de réalité. Bernard d'Espagnat est l'un des premiers à s'être attelé à cette tâche. Il est passé d'une expérience de physicien (1979) à celle de philosophe. Sur la quatrième page de couverture de son ouvrage (2002), il nous dit : "les découvertes de la mécanique quantique ont en effet bousculé bien des notions que nous pensions acquises comme celles d'espace, d'objet, de réalité, de causalité, etc., invitant les philosophes à réévaluer leurs conceptions du monde. Or, ces derniers n'ont pas pris suffisamment acte de ce bouleversement". Dans le même livre d'Espagnat nous avertit : "[...] nous n'avons plus la possibilité (que la physique classique laissait ouverte) de conférer aux qualités dites "premières" (position, forme, mouvement) davantage de réalité intrinsèque que nous n'en accordons aux qualités dites secondes (couleur, saveur, etc.)". Les conséquences philosophiques de cette nouvelle vision de la nature sont en cours de construction. Nous renvoyons le lecteur aux contributions de Catherine Chevalley (1985) et Michel Bitbol (1996).

La locution d'"objet quantique" nous semble inappropriée quand on parle des constituants fondamentaux de la matière et de la lumière. On peut, avec Martin Heidegger (1927) parler d'"être au monde", d'"étant", de "Dasein", même si le lien entre une réflexion purement philosophique et les développements de la physique est toujours difficile. Avec Werner

Heisenberg (1969), nous pensons que “les atomes ne sont pas des choses”. Mais alors comment les nommer ? La dénomination de “sujet quantique” nous semble délicate aussi car traditionnellement le sujet sait dire “je” (René Descartes, 1637) ou au moins a conscience d’un “moi” (Sigmund Freud, 1923). Cette façon de nommer les objets quantiques reviendrait à étendre à toutes les échelles de la nature l’idée de Blaise Pascal (1670) de “roseau pensant”. On peut aussi, et c’est le choix de Thomas Filk et Albrecht von Müller (2009), parler d’“élément du monde”. Nous n’avons pas de réponse entièrement satisfaisante à cette question importante du nom ; nous utiliserons aussi dans la suite de ce travail les vocables d’“entité élémentaire” ou d’“élément naturel”.

-3- Atomes

“[...] ce fait nous incite à examiner si la solution directe des paradoxes inattendus que suscite l’application de nos concepts les plus simples aux phénomènes atomiques ne pourrait pas nous aider à surmonter dans d’autres domaines des difficultés conceptuelles.” Niels Bohr (1958).

Nous avons vu au début de cet ouvrage avec l’exemple du verre d’eau que l’on ne peut diviser en deux parties un verre d’eau qu’un nombre fini de fois. Le processus de division en deux peut se poursuivre, mais on a alors transformé l’eau en deux autres entités, oxygène et hydrogène. Et l’eau a disparu. L’eau est donc caractérisée par l’ensemble des propriétés qui finissent par disparaître si on casse la molécule en ses sous-constituants. Sa structure interne induit l’essentiel de ses propriétés courantes. Les liens entre les composants sont aussi importants que les constituants atomiques qui demeurent présents une fois la molécule coupée en deux parties. Nous généralisons toutes ces propriétés vraies pour l’eau avec la notion d’Atome. Dans cet ouvrage, nous appelons Atome (avec un “A” majuscule) une “entité élémentaire”, un élément du monde “insécable”, un constituant naturel dont les propriétés qualitatives sont modifiées dans au moins une des parties si on le divise en deux*. Un Atome est une unité, une entité première de la Nature. Rappelons que l’atome (sans majuscule !) reste la structure de la matière caractérisée au 20e siècle par un nucléon et les états d’énergie de son cortège électronique. Nous présentons dans ce chapitre les atomes des Anciens Grecs, puis quelques exemples d’Atomes au sens d’entité élémentaire comme nous venons de le définir. Nous introduisons ensuite plusieurs exemples d’Atomes : un nucléon, un noyau atomique, un atome au sens de la physique classique, une molécule, une structure biologique comme une chaîne d’acide désoxyribonucléique ou une cellule eucaryote, un animal,

* Nous suivons une idée énoncée en 2002.

un être humain, une société considérée dans son ensemble ou même une planète toute entière !

Les Atomes des Anciens Grecs

Dans son sens historique classique des Grecs, un atome est une entité insécable de la nature. Nous ne disposons que de peu de sources sur les atomes des Grecs, quelques fragments. Dans les lignes qui suivent, nous en citons quelques uns, extraits d'un ouvrage de Jean Salem (1997) :

“[...] Démocrite avait appelé parfois “idées” les atomes.”

“Quant à Anaxagore, il déclarait que le Tout est composé de corpuscules homéomères [...]”

“Du vide, Démocrite dit essentiellement qu’il n’est pas la cause, mais la condition *sine qua non* du mouvement. ”

“Pour en revenir aux atomes, il y en a un nombre infini dans chaque forme : mais le nombre de formes est, selon Épicure, indéfini et non pas absolument infini.”

“Empédocle et Anaxagore, tout en considérant que la génération se fait par “juxtaposition mutuelle” de petites parcelles, avaient persisté à nier que le vide existât.”

“Démocrite, Épicure et Lucrèce ont, autrement dit, élaboré les principes essentiels de la conception matérialiste de l’être : principe de la constitution atomique de la matière, laquelle est conçue par eux comme étant animée d’un perpétuel mouvement et douée d’un pouvoir d’auto-organisation [...]”

Démocrite vivait au cinquième siècle avant Jésus-Christ. Les citations qui suivent sont extraites, sauf celle de Plutarque, de l’ouvrage édité par Jean-Paul Dumont (1988).

Diogène Laërce (3e siècle après Jésus-Christ) a écrit à propos de Démocrite [dans *Vies*, chapitre 9, page 44] : “Voici maintenant sa doctrine. Les principes de toutes choses sont les atomes et le vide ; et tout le reste n’existe que par convention”.

Plutarque (46-125 après Jésus-Christ) : “En effet, que dit Démocrite? Qu’il y a des substances infinies en nombre, indivisibles, impassibles, qui sont sans différence, sans qualité, qui se meuvent dans le vide, où elles sont disséminées ; que lorsqu’elles s’approchent les unes des autres, qu’elles

s'unissent et s'entrelacent, elles forment, par leur agrégation, de l'eau, du feu, une plante ou un homme ; que toutes ces substances, qu'il appelait atomes, étaient de pures idées, et rien autre chose ; car on ne peut rien produire de ce qui n'existe pas, et ce qui est ne peut rentrer dans le néant, parce que les atomes, à raison de leur solidité, ne peuvent éprouver ni changement ni altération." [*Contre Colotès*, 8, 1110, F].

Lucrèce, poète et philosophe du premier siècle avant Jésus-Christ, nous décrit les atomes dans *La nature des choses** : "Pour toi, je vais révéler les principes des choses, d'où la nature crée, augmente et nourrit toutes les choses, et où la nature de nouveau les relâche une fois mortes ; ces principes, matière et corps générateurs des choses, dans l'exposé de notre doctrine c'est le nom que nous leur donnons, et aussi semences des choses, et nous les appelons aussi corps premiers, puisqu'ils sont l'origine première de tout".

Quelques autres citations de Lucrèce : "Ce fait établi, il est évident qu'aucun repos n'est accordé aux corps premiers à travers le vide profond, mais bien plutôt ils sont agités d'un mouvement continu et varié" [*La nature des choses*, livre 2, 95–97]. "C'est que de telles agitations révèlent aussi que des mouvements secrets et invisibles existent au profond de la matière" [livre 2, 126–127]. "À ce que je t'ai enseigné je vais essayer de relier une chose qui lui est attachée et en tire sa crédibilité : les éléments premiers des choses varient dans un mode fini de figures." [livre 2, 477–479].

Épicure (342–270 avant Jésus-Christ), dans la *Lettre à Hérodoté* : "les corps insécables et pleins, dont sont formés et dans lesquels se résolvent les composés, présentent un nombre de formes différentes trop grand pour que nous puissions le saisir : car le nombre prodigieux des formes différentes offertes par les composés ne peut pas provenir d'un nombre concevable de formes élémentaires toujours les mêmes. De plus, chaque sorte de forme comporte un nombre infini d'exemplaires ; mais, envisagées quant à leurs différences, les formes ne sont pas en nombre absolument infini : elles dépassent seulement tout nombre concevable, à moins qu'on ne s'avise de considérer les grandeurs des atomes comme pouvant aller à l'infini.

* Livre 1, paragraphes 55–61

Ajoutons que les atomes sont, depuis l'éternité, dans un mouvement perpétuel. Les uns dans leur mouvement laissent subsister entre eux de très grandes distances ; les autres, au contraire, gardent là même leur vibration, s'ils se trouvent pris dans un enchevêtrement ou enveloppés par des atomes enchevêtrés".

Les Grecs, suivis par les Romains, ont formulé les caractéristiques essentielles des Atomes : indivisibles, éternels avec une infinité de formes. Dans les paragraphes qui suivent, nous présentons quelques exemples d'Atomes.

Électron

Les premières manifestations de l'existence de l'électron remontent à la découverte de l'électricité statique avec les propriétés de l'ambre frottée par un tissu. Mis en évidence dans une succession d'expériences par William Crookes, Joseph John Thomson et Walter Kaufmann à la fin du 19e siècle, son nom a été proposé par le physicien irlandais George Stoney.

L'électron est considéré comme une particule insécable. À la fois très léger et porteur d'une charge électrique négative élémentaire, il est sous contrôle dans les circuits électriques de notre quotidien. Les expériences de physique des hautes énergies ne permettent pas de faire l'hypothèse d'une structure interne. Associé à son antiparticule, le positon, l'électron est également utilisé comme projectile pour la physique fondamentale, par exemple au Large Electro Positron collider au CERN qui a permis de mettre en évidence les bosons intermédiaires W et Z à la fin du 20e siècle. Dans la terminologie introduite ici, l'électron est un Atome.

Nucléon

Le nucléon, proton ou neutron, est presque deux mille fois plus massif que l'électron. Le proton est porteur d'une charge électrique positive alors que le neutron n'a pas de rôle électrostatique. Deux protons ou deux électrons se repoussent à cause de l'interaction électrostatique coulombienne alors qu'un proton et un électron s'attirent. Isolé, le neutron est instable et se désintègre en moins d'un quart d'heure, avec émission de radioactivité bêta, ainsi qu'établi par Enrico Fermi (1933). Le proton est aussi le noyau de l'atome d'hydrogène.

Une question longtemps posée est de savoir si on peut casser un noyau d'hydrogène, un simple proton. Les physiciens se sont rendu compte dans les années soixante-dix que le proton et le neutron ont effectivement une structure. C'est l'hypothèse des quarks évoquée au chapitre précédent. Un nucléon est selon ce modèle un assemblage de trois quarks et de leur interaction mutuelle "colorée". Dans les conditions thermodynamiques actuelles de l'univers, on n'a jamais réussi à isoler expérimentalement les quarks, mais on dispose d'un cadre théorique satisfaisant, le modèle standard, pour expliquer leur confinement et cette impossibilité d'aller plus avant dans l'élémentaire.

Noyau

Le noyau de l'atome est formé d'un assemblage très massif de protons et de neutrons. Un noyau atomique peut comporter un seul nucléon (l'hydrogène) ou plusieurs, jusqu'à quelques centaines typiquement (234, 235 et 238 par exemple pour l'uranium naturel). Ce noyau est très petit, de l'ordre du femtomètre*. Un nucléon est un Atome au sens où nous l'entendons ici. Quand on casse un noyau en deux, on produit une réaction nucléaire qui transforme le noyau en plusieurs morceaux et crée *in fine* de nouveaux noyaux différents de l'élément initial, avec des propriétés qualitatives bien entendu différentes.

Atomes classiques

L'idée que la matière ordinaire est composée de grains insécables s'est peu à peu imposée au 19e siècle avec la mise en place des lois de la chimie. L'identification de ces grains invisibles s'est effectuée grâce aux particularités du mouvement brownien observé par le botaniste Robert Brown en 1828 et modélisé ensuite par Albert Einstein (1905). Les expériences de Jean Perrin (1908) sont fondées sur le modèle d'Einstein. Elles ont permis de mesurer les fluctuations du mouvement brownien et de déterminer le nombre d'Amedeo Avogadro*. On peut lire dans sa Note aux Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de 1908 : "Du même coup,

* Un femtomètre, ou fermi, vaut 10^{-15} mètre.

* La valeur moderne admise pour le nombre d'Avogadro est $N = 6,022 \cdot 10^{23}$.

la théorie cinétique des fluides paraîtra un peu fortifiée, et les molécules un peu plus tangibles. Leur nombre N par molécule-gramme, déduit de l'égalité précédente, supposée rigoureuse, est $6,7 \cdot 10^{23}$. Notons que les atomes, lourds ou légers, ont à peu près tous la même taille, de l'ordre de l'ångström (10^{-10} mètre) : 0,5 ångström pour l'hydrogène et 1,7 pour l'uranium, pourtant plus de deux cents fois plus lourd !

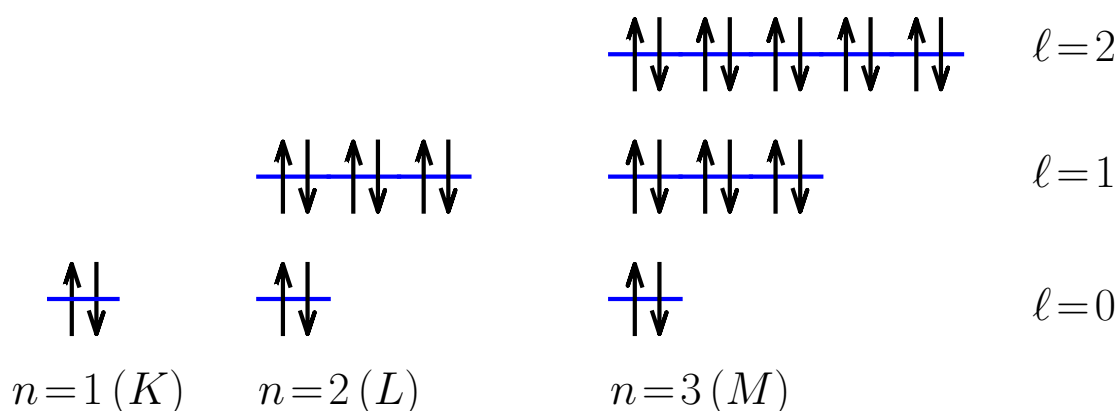


Figure 1. Nombres quantiques pour la configuration électronique d'un atome. On représente le nombre n en abscisse, l'entier ℓ en ordonnée et chaque niveau ainsi défini est peuplé de "doublets" paramétrés par un entier m tel que $-\ell \leq m \leq \ell$.

La structure de l'atome d'hydrogène, le plus simple, est décrite Figure 1. Elle est le résultat classique de la détermination du spectre de l'électron dans son interaction coulombienne avec le noyau. Ce spectre est paramétré par des nombres entiers, appelés "nombres quantiques" dans ce contexte. Le nombre quantique principal n est un entier strictement positif ; le nombre quantique azimutal ℓ est un entier compris entre 0 et $n - 1$. Le nombre quantique magnétique m prend $2\ell + 1$ valeurs. Pour chacun de ces niveaux d'énergie, deux polarisations du spin sont possibles. Cette structure, établie en toute rigueur pour l'atome d'hydrogène, permet de construire un premier modèle des niveaux atomiques pour les divers éléments chimiques. La dénomination "K, L, M, etc." bien qu'historique, a été conservée en pratique.

Nous ne confondons pas dans la suite les atomes composants de la matière, écrits sans majuscule, et les Atomes entités insécables du monde, notés avec une majuscule. Même si les atomes sont des Atomes particuliers !

Molécule

La molécule est le constituant élémentaire de la chimie. Elle se manifeste à l'échelle humaine *via* une multitude insoupçonnée. Le nombre $k = 80$ de fois que nous devons diviser le verre d'eau en deux parties comme proposé au premier chapitre a été choisi de sorte que $6 \cdot 10^{23} \simeq 2^k$. Le nombre d'Avogadro, $6 \cdot 10^{23}$ donne l'ordre de grandeur du nombre de molécules d'eau dans un récipient typique. C'est un très grand nombre ! De l'ordre du million de milliards de milliards ! L'idée-même de l'existence d'une molécule d'eau "élémentaire" n'est pas du tout évidente quand nous regardons un verre d'eau. Celui-ci apparaît au contraire comme un milieu continu et la mécanique des 18e et 19e siècles et ses Daniel Bernoulli, Leonhard Euler, Louis-Augustin Cauchy, Henri Navier, Adhémar Barré de Saint-Venant, George Stokes nous ont appris à le décrire de façon efficace. Toutefois, à cause du principe d'incertitude de Heisenberg (voir le chapitre 2), on ne peut pas connaître en même temps position et vitesse d'un objet quantique. Ainsi, une expression chère aux mécaniciens des fluides fidèles à Euler telle que "champ de vitesse"* ne peut pas exister dans le monde quantique.

La chimie moderne naît à la même époque avec les travaux d'Antoine Lavoisier, Claude-Louis Berthollet, Jöns Jacob Berzelius, Joseph Louis Gay-Lussac, Friedrich Kékulé. Elle suppose aussi la notion d'atome et met en évidence l'existence d'un objet élémentaire appelé "molécule", comme pour l'exemple de la molécule d'eau.

L'eau est aussi un corps aux propriétés physico-chimiques fantasques, avec de nombreuses anomalies. Par exemple, à pression ambiante, la densité de la glace est inférieure à celle du liquide ; la glace occupe plus de volume qu'une même masse de liquide alors que les molécules sont "soudées" au sein d'un cristal régulier ! L'étude de la liaison hydrogène entre les atomes

* c'est à dire une fonction $\mathbb{R}^3 \ni x \mapsto u(x) \in \mathbb{R}^3$

de deux molécules d'eau différentes permet de construire un modèle de la structure complexe qu'offre une simple goutte d'eau. Pour une approche détaillée de la dynamique de la liaison hydrogène, nous renvoyons le lecteur à l'article de Michael Cowan *et al.* (2005).

La structure interne des molécules et des réactions chimiques met en évidence un ensemble d'"éléments" atomiques, classifiés par Dmitri Mendeleiev en 1869. Ce tableau commence par l'hydrogène, continue par l'hélium, le lithium, le beryllium, le bore, le carbone, *et caetera*. La suite des nombres entiers donne un cadre mathématique simple au tableau de Mendeleiev : un pour l'hydrogène, deux pour l'hélium, trois pour le lithium, six pour le carbone, *etc.* En général, l'atome n'est pas isolé dans la nature ; il se manifeste au sein de regroupements stables, les molécules, rencontrées dès le prologue avec la molécule d'eau.

Il existe des molécules plus simples que la molécule d'eau. La molécule d'hydrogène (H₂) est formée de deux atomes d'hydrogène liés entre eux et il en est de même pour l'oxygène (O₂). La molécule d'hydrogène a l'avantage d'être la plus "simple" des molécules, sans être banale ! Si on l'étudie dans le détail, on découvre que la distance entre les centres des deux atomes (typiquement un nanomètre, soit 10⁻⁹ mètre) correspond à un équilibre dynamique entre les forces électrostatiques qui lient les constituants de l'atome d'hydrogène et le mouvement des électrons et des noyaux. La matière est donc constituée d'une multitude de constituants plus élémentaires.

Aux conditions usuelles de température et de pression, la molécule d'eau H₂O est plus stable que ses deux constituants. Nous devons pour la casser "tirer sur deux de ses atomes", c'est à dire fournir de l'énergie, chauffer... Au sein d'une molécule, il y a donc autre chose que la matière des atomes qui la constituent. Il y a l'interaction entre ces atomes, les relations entre les constituants de l'atome, mis en commun pour former l'objet "complexe" molécule et qui constituent la "liaison chimique". Quand nous "coupons en deux parties" un tel élément de nature, nous devons dépenser de l'énergie et si nous le cassons, nous le transformons, nous le faisons disparaître en tant que grandeur effectivement existante. Une molécule est un Atome au

sens où nous l'entendons ici.

Biologie

À une échelle plus grande, les échanges d'énergie électrique et magnétique sont de plus en plus faibles. Les molécules et leurs assemblages d'abord "simples", deviennent de plus en plus complexes, avec les macromolécules à la base de la biochimie. La vie est caractérisée par le fait qu'une structure donnée, une macromolécule, peut interagir avec son environnement de façon si élaborée qu'elle parvient à dupliquer sa structure. Un virus peut se réduire à une simple macromolécule inerte et appartient au règne de la chimie. Mais comme il est en mesure de se reproduire, on peut également le considérer comme vivant. On pourra consulter le livre d'introduction de Carl Zimmer (2011) et le traité de Teri Shors (2016).

À un stade plus grand (le micromètre typiquement), la structure cellulaire apparaît, avec un noyau central, une membrane protectrice, des protéines actives et la capacité de se reproduire et aussi de disparaître, de mourir. Pour un exposé détaillé de la biologie moléculaire de la cellule, nous renvoyons le lecteur par exemple au livre de Bruce Alberts et ses co-auteurs (1983).

Les assemblages de plus en plus élaborés de cellules permettent de déployer l'ensemble du règne vivant, qui aboutit à de nouvelles structures stables, complexes, fragiles, mortelles et reproductibles, végétales et animales. L'homme est le prototype d'un tel être complexe. C'est aussi un Atome dans notre paradigme !

Sociologie

Pour les échelles encore plus grandes, les Atomes sont à la fois de plus en plus massifs et de plus en plus fragiles. Les échanges d'énergie ne représentent plus qu'une infime partie de leur masse. Ainsi, une structure sociale tient grâce aux échanges économiques, mais aussi juridiques, politiques, éthiques et symboliques entre ses membres. Nous renvoyons à ce sujet aux travaux de Gérard Donnadiou et Jacques Lorigny (2011). La vie en société dissipe aussi l'entropie avec une très grande efficacité, comme le montre de façon magistrale François Roddier (2012) dans son ouvrage sur la thermodynamique de l'évolution.

Planète

Au delà, aux “échelles mégascopiques”, une structure globale stable est de plus en plus explicite, en suivant Pierre Teilhard de Chardin avec sa “noosphère” (1955), James Lovelock avec l’hypothèse Gaïa (1972) ou Éric Schwarz avec son approche holistique (2002). Ils imaginent la planète Terre dotée d’une structure d’être vivant régulé et pensant. Nous ne développons pas plus ici cette idée, un sujet toutefois important pour la systémique.

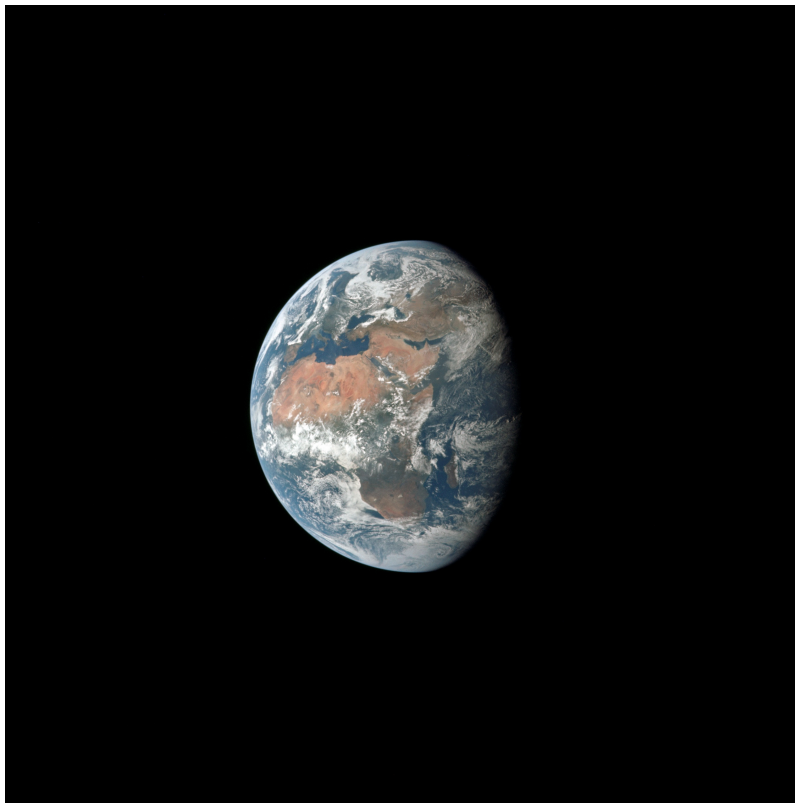


Figure 2. L’Atome Terre : être vivant Gaïa pour James Lovelock, simple point matériel pour la mécanique céleste [photo Nasa “as11-36-5355” recentrée, mission Apollo 11, 1969].

Relations

Notons enfin que de la même façon, les relations, les bosons d’interaction entre les Atomes se structurent selon un schéma qui s’adapte avec l’échelle : boson de Brout-Englert-Higgs pour l’interaction unifiée au sein de l’univers primitif, boson intermédiaire pour l’interaction faible, gluon de couleur pour l’interaction forte, photon de lumière porteur de l’électromagnétisme

au sein-même de l'atome, liaison hydrogène entre les molécules, médiateurs ioniques du courant électrique en biologie, ondes sonores des langues naturelles en sociologie, interaction gravitationnelle au niveau planétaire.

Quand on parle de la matière, on présente les divers Atomes souvent sans se soucier non seulement des liens qu'ils entretiennent entre eux, mais surtout des liens internes qui les constituent. N'oublions pas que la structure des atomes par exemple, telle que décrite Figure 1, est le résultat des éléments du monde proton et électron, de leur mouvement relatif, mais surtout de leur interaction électrostatique. En ce sens, nous sommes autant matière qu'électricité !

Observons pour terminer la très vive tension, chère à Jeanette Zwingerberger (2005), entre microcosme et macrocosme. Entre le monde qu'on peut extrêmement bien décrire et comprendre à petite échelle avec la théorie quantique et le monde tel qu'il nous apparaît à notre échelle macroscopique. Y aurait-il deux mondes ?

-4- Hypothèse

“Tu sais que le monde est appelé par la plupart des astronomes une sphère dont le centre est le même que celui de la terre et dont le rayon est égal à la droite placée entre le centre de la terre et celui du soleil. Aristarque de Samos rapporte ces choses en les réfutant, dans les propositions qu’il a publiées contre les astronomes. D’après ce qui est dit par Aristarque de Samos, le monde serait beaucoup plus grand que nous venons de le dire ; car il suppose que les étoiles et le soleil sont immobiles ; que la terre tourne autour du soleil comme centre ; et que la grandeur de la sphère des étoiles fixes dont le centre est celui du soleil, est telle que la circonférence du cercle qu’il suppose décrite par la terre est à la distance des étoiles fixes comme le centre de la sphère est à la surface [...]”.

Ces mots d’Archimède de Syracuse (287-212 avant Jésus-Christ), en introduction de *L’Arénaire*, nous permettent de connaître l’hypothèse héliocentrique formulée par Aristarque de Samos également au 3^e siècle avant Jésus-Christ. Entre le traité d’Aristarque complètement disparu* et l’ouvrage de Nicolas Copernic (1543), il s’écoule environ mille huit cents ans...

Dans ce chapitre, nous formulons l’hypothèse fractaquantique, proposée en 2002 au congrès de l’Union Européenne de Systémique. Nous émettons les premières critiques. Afin d’y répondre, nous effectuons un détour philosophique avec Descartes, réfléchissons à l’individuation, au génome et à la foule. Avant un synopsis.

Énoncé

Nous avons vu dans les chapitres précédents que la nature se manifeste à nous avec des facettes fractales et quantiques. D’une part, la nature est fractale, identique à elle-même à diverses échelles puisqu’elle peut garder les mêmes propriétés qualitatives sur toute une gamme d’échelles spatiales.

* Nous disposons tout de même d’un ouvrage d’Aristarque, *Sur les grandeurs et les distances du Soleil et de la Lune*, traduit et imprimé en Français en 1810.

D'autre part, elle est quantique dans l'infiniment petit et la mécanique quantique est le modèle approprié pour prédire le résultat des expériences. L'hypothèse fractaquantique exprime que les principes généraux de la mécanique quantique peuvent s'appliquer à l'ensemble de la nature.

En d'autres termes, l'hypothèse fractaquantique propose de décrire la nature à partir de l'approche quantique, ce à toutes les échelles spatiales. En particulier, toutes les structures élémentaires, tous les Atomes*, doivent pouvoir être décrits par l'approche quantique, déjà opératoire pour la petite échelle spatiale.

L'hypothèse fractaquantique consiste à ne pas imaginer que le monde à notre échelle macroscopique "redevient classique", mais choisir au contraire de développer une vision du monde fondée sur l'universalité de l'approche quantique. Même si elle se compose de toute une série d'hypothèses *ad hoc*, elle a le grand mérite de décrire avec succès les expériences de la physique de l'invisible. Imaginer enfin que le monde est fondamentalement simple, c'est à dire pour nous fractal, analogue à lui-même à toutes les échelles spatiales.

Critique

Il faut avoir une pleine conscience du caractère inattendu de cette question d'un strict point de vue scientifique. En effet, si nous faisons l'hypothèse que le monde est quantique et fractal, nous devons en particulier satisfaire à l'hypothèse fondamentale d'indiscernabilité des éléments identiques. Les éléments de la théorie quantique doivent s'appliquer à tout élément insécable, à tout Atome en général, même pour un "être unique" comme une cellule ou un être humain.

En conséquence, deux objets élémentaires de même nature, deux Atomes identiques sont nécessairement indiscernables. On imagine bien que ceci reste "vrai" pour les molécules, même "grandes", comme par exemple des fullerènes (Olaf Nairz *et al.*, 2002). Pour la biologie, l'indiscernabilité quantique pose problème à l'échelle de la cellule et des assemblages de cellules. À la question de savoir si la nature est quantique à toutes les échelles,

* Nous entendons le mot Atome avec un "A" majuscule au sens du chapitre 3, une entité du monde essentiellement insécable.

on a envie dans un premier temps de répondre par la négative. Alors est-il raisonnable d'aller au delà, jusqu'aux mammifères et pourquoi pas à l'être humain considéré comme espèce vivante ? Si on se permet d'imaginer par exemple que l'être humain est un Atome et peut être décrit par la théorie quantique, alors il faut rechercher, avec les outils méthodologiques de la rigueur scientifique, en quoi consiste son indiscernabilité, l'identité profonde qui existe entre tous les êtres humains jusqu'à les imaginer interchangeables !

L'indiscernabilité quantique contredit clairement notre expérience quotidienne de l'altérité, de la différence existant entre deux êtres individués. L'altérité est là pour affirmer "vous n'êtes pas moi" et "je ne suis pas vous". La tentation fut grande en 2002 d'abandonner toute réflexion dans cette direction de recherche devant une contradiction aussi explicite. Cette difficulté majeure a bien sûr été analysée dans nos premières contributions sur le sujet (2002, 2004, 2006).

Les sens nous trompent

La prudence à ce stade, consiste pour nous à revenir à la pensée de René Descartes : "il faut savoir suspendre son jugement" et tout simplement, se souvenir que les sens nous trompent ! Dans la première des *Méditations métaphysiques* (1641), il nous relate que : "Tout ce que j'ai reçu jusqu'à présent pour le plus vrai et assuré, je l'ai appris des sens, ou par les sens : or j'ai quelquefois éprouvé que ces sens étaient trompeurs, et il est de la prudence de ne se fier jamais entièrement à ceux qui nous ont une fois trompés." Et dans les "Sixièmes réponses aux objections"* , Descartes fait explicitement référence aux illusions d'optique : "Quand donc on dit qu'un bâton paraît rompu dans l'eau, à cause de la réfraction, c'est de même que si l'on disait qu'il nous paraît d'une telle façon qu'un enfant jugerait de là qu'il est rompu, et qui fait aussi que, selon les préjugés auxquels nous sommes accoutumés dès notre enfance, nous jugeons la même chose. Mais je ne puis demeurer d'accord de ce que l'on ajoute ensuite, à savoir que cette erreur n'est point corrigée par l'entendement [...]". Rappelons que son œuvre "La Dioptrique" est l'un des "essais" de la "Méthode" (1637).

* au chapitre 9, pages 456-457.

Quels sont les *a priori* de la pensée contemporaine à propos de la mécanique quantique ? La science a d'abord pensé le monde comme classique, en suivant les informations macroscopiques reçues par nos sens. L'émergence de la théorie quantique a demandé un effort cognitif prodigieux aux scientifiques de la fin du 19^e et du début du 20^e siècle. Leur œuvre permet d'aborder un monde microscopique hors de portée de notre perception. Il nous apparaît avec des appareils de mesure de façon curieuse, à la fois ondulatoire et corpusculaire selon les circonstances. Au lieu de nous placer dans une pensée raisonnable synthétisée par exemple dans l'article de Wojciech Zurek (1982), qui suppose que "la mécanique quantique est valable uniquement aux échelles microscopiques", nous avons douté, à partir de l'adage cartésien que "les sens nous trompent" et de l'expérience des concepteurs de la physique quantique.

Ainsi, Niels Bohr (1958) nous propose la réflexion suivante : "Pour trouver un parallèle aux leçons que nous avons reçues de la théorie atomique en ce qui concerne l'applicabilité limitée de ces idéalizations courantes, il faut nous tourner vers une branche des sciences de la nature aussi éloignée de la physique que l'est, par exemple, la psychologie ou même vers ces problèmes épistémologiques avec lesquels se sont déjà confrontés des penseurs tels que Bouddha et Lao-Tseu [...]". Qu'en est-il maintenant de la question fondamentale de l'indiscernabilité ?

Individuation

Duns Scot, philosophe du 13^e siècle, afin de répondre à des questions purement théologiques, invente le concept d'individuation. Dans l'un de ses ouvrages (1300), il nous dit : "c'est donc par sa nature même, à l'exclusion de quoi que ce soit d'autre, que la substance matérielle est propre à ce à quoi elle appartient, de sorte que, par sa nature même, elle ne peut appartenir à aucune autre chose : elle est donc individuelle par sa nature même". Au 20^e siècle, Gilbert Simondon (1964) réfléchit à la notion d'individu : "l'être est donné dans chacune de ses phases, celle du préindividuel et celle d'individué".

Le commun à tous et le spécifique peuvent-ils être démêlés ? Une partie de la réponse nous a été donnée par Emmanuel Nunez (2003, 2009) ; "il ne faut

pas oublier l'existence de la médecine !" Il a pu également énoncer : "la part d'indiscernabilité est ce qu'il y a de commun à tous les hommes". La difficulté première est que nous sommes au cœur des échelles de longueur et qu'il nous est de fait impossible, sinon par la pensée, de "prendre du recul", de rapetisser à la taille d'une cellule ou bien de grandir démesurément jusqu'à devenir société entière, afin de développer une autre vision de l'univers que celle accessible à notre échelle d'observation. Comme l'énonce Descartes, l'entendement permet d'aller au delà des messages perçus par nos sens, au delà des apparences et surtout des *a priori* de la pensée. Nous sommes dans un monde aux échelles multiples et devons continuer à apprendre à le recevoir autrement qu'avec nos seuls sens.

Or l'indiscernabilité de deux Atomes analogues est, malgré les apparences, quasiment une réalité, même dans le monde vivant pour deux cellules ou deux mammifères. Nous développons ce point dans le paragraphe qui suit avec l'exemple du génome et la biologie cellulaire.

Génome

L'explicitation de la structure génomique de l'acide désoxyribonucléique dans chaque cellule humaine (John Craig Venter et ses collègues, 2001, Richard Redon *et al.*, 2006) montre que deux séquences d'ADN humain coïncident jusqu'à une partie pour cent parties. Même si le polymorphisme nucléotidien est largement étudié afin de mettre en évidence des mutations locales (voir par exemple Zhongming Zhao et ses co-auteurs, 2003), le premier fait établi par les études du génome est que deux êtres humains ont la même séquence d'acide désoxyribonucléique jusqu'à plus de 99% ! Bien entendu, compte tenu de la longueur du code génétique, le pour cent restant permet de créer une variété en soi très riche, ainsi que le pose par exemple Albert Jacquard (1978). Mais "au premier ordre", l'indiscernabilité de deux êtres humains est une hypothèse recevable.

Par ailleurs, la découverte de cellules totipotentes, les cellules souches, lors du développement embryonnaire (Martin Evans et Matthew Kaufman (1981), Gail Martin, 1981) a mis en évidence une phase de l'évolution où la vie présente une forme d'indiscernabilité. Avec l'existence des neurones miroirs, découverts par l'équipe de Giacomo Rizzolatti (voir Scott Grafton

et ses collègues, 1996), l'activité neuronale peut être directement générée par l'observation de l'autre, comme si on agissait soi-même. Elle donne aussi une structure où la question de l'individu peut être posée.

En conclusion de ce paragraphe important, l'indiscernabilité quantique confrontée à notre expérience quotidienne de l'altérité ne remet pas en cause l'hypothèse fractaquantique. Ainsi, l'hypothèse d'une nature quantique à toutes les échelles devient recevable. Nous pouvons imaginer renverser le paradigme d'un monde microscopique différent du monde macroscopique. L'hypothèse fractaquantique devient une approche possible pour décrire une première approximation de la nature, un "ordre un" si nous imaginons, avec un regard de mathématicien, un développement asymptotique de modèles de plus en plus précis. Bien entendu, elle ne décrit pas une possible "brisure de l'invariance d'échelle" qui pourrait permettre de construire ensuite une théorie plus précise, "au second ordre". Les réflexions précédentes nous incitent maintenant à avancer dans cette entreprise ; chercher des conséquences parfois étonnantes de l'hypothèse fractaquantique. Nous proposons de faire émerger l'indiscernabilité dans les phases de la vie où des comportements d'échanges se manifestent dans la profondeur de l'être. La foule par exemple.

Foule

Bien entendu, une foule n'est pas insécable ; ce n'est pas un Atome. Elle constitue une situation possible de la vie quotidienne où l'identité, l'interchangeabilité des êtres induite par l'hypothèse fractaquantique semble se manifester. La manipulation du comportement des foules par des régimes totalitaires nous incite à réfléchir à la nature de cette interchangeabilité possible qui semble active en ces occasions.

Les références théoriques sur le sujet remontent à Gustave Le Bon (1895). Sans prétendre ici faire une analyse de ce travail, la foule de Le Bon est "un être nouveau où chaque composante humaine est réduite à une composante très primitive, proche de l'animal, au bénéfice des liens forts entre les éléments de base". Ainsi "chez une foule, tout sentiment, tout acte est contagieux" et "la personnalité consciente est évanouie". Qui d'entre nous n'a pas constaté la puissance de l'"être ensemble" dans un stade ou une

manifestation ?

L'ouvrage de Le Bon sert de point de départ au travail de Sigmund Freud sur le même sujet (1921). Notons que Freud "fait l'hypothèse que les relations amoureuses constituent l'essence de l'âme des foules". Il voit la libido, *id est* "l'énergie des pulsions qui ont affaire avec ce que nous résumons sous le nom d'amour", comme l'élément structurant des foules. Ainsi, "l'essence d'une foule réside dans les éléments libidinaux présents en elle". Puis Freud analyse ensuite des structures sociales telles que l'Église et l'armée comme des foules artificielles.

Nous retenons l'existence d'un lien cohérent entre le comportement des foules et l'indiscernabilité induite par l'hypothèse fractaquantique. Bien entendu, le caractère caché et primordial de l'indiscernabilité renvoie assez naturellement à des comportements fondamentaux de l'être humain, tant du point de vue de l'être que du point de vue du relationnel.

Synopsis

À l'échelle microscopique des noyaux, des atomes et des molécules, la nature se présente comme quantique. Les mots du langage usuel ne sont pas adaptés pour décrire cette réalité et seule une modélisation à la fois mathématique et semi-empirique permet de prédire avec une grande précision les données accessibles à l'expérience. Une hypothèse fondamentale pour construire ce modèle opératoire est l'indiscernabilité des diverses entités élémentaires de la nature. Dès qu'il est décrit par l'approche quantique, un élément insécable, un Atome est toujours indiscernable des autres éléments de même nature. En conséquence, deux grandes familles structurent les éléments du monde : les bosons porteurs des interactions et les fermions caractéristiques de la matière dans sa nudité.

Si l'on imagine notre univers analogue à toutes les échelles spatiales, c'est à dire fractal, l'exploration rigoureuse de l'hypothèse fractaquantique entraîne qu'à toute échelle, les Atomes, éléments insécables de la nature, sont indiscernables. Cette indiscernabilité opératoire dans le monde microscopique doit s'illustrer aussi pour les éléments insécables macroscopiques, à savoir par exemple les cellules et les êtres humains.

L'hypothèse fractaquantique semble en contradiction avec la richesse de l'altérité qui se déploie au sein de notre quotidien et qu'il convient aussi de protéger. Après une première analyse, nous pouvons passer d'un *a priori* du type : "le monde macroscopique est classique et le monde microscopique est quantique" à une représentation du monde qui pourrait s'exprimer de la façon suivante : "le monde est quantique, même au niveau macroscopique". Par ailleurs, n'oublions pas que la rotation de la terre sur elle-même s'oppose au mouvement quotidien apparent du soleil dans le ciel. Enfin, avec Aristarque, l'hypothèse du mouvement de la terre autour du soleil entre en conflit avec la fixité apparente des étoiles...

-5- Structures

“Si l’on ne fait pas abstraction de l’existence des particules élémentaires, alors bien sûr les régularités nomologiques qui sont liées à ce concept ne relèvent pas de la région de la physique classique, mais de celle des connexions qui doivent être subordonnées au concept général de théorie quantique. Cet exemple montre distinctement que ce ne sont pas les *choses* qui peuvent être ordonnées selon les différentes régions, mais les *connexions*.” Ainsi s’exprime Werner Heisenberg dans son *Le manuscrit de 1942* ; les relations sont premières.

Nous présentons d’abord l’électromagnétisme, interaction qui structure l’essentiel de la nature macroscopique et microscopique qui nous entoure. Puis nous proposons quelques structures fractaquantiques. Tout d’abord le médiateur, association temporaire de deux Atomes, avec les exemples de la conversation, la danse, l’amour et la grossesse. À partir de trois protagonistes, nous insistons sur les boucles et la notion de graphe pour lier les structures, avec un nouveau cadre pour réfléchir à la notion de foule puis penser l’indiscernabilité. Les échelles multiples conduisent à la question naturelle de l’invariance d’échelle et de savoir jusqu’à quel point la grande échelle est analogue à la petite. Quelques réflexions sur une sociologie quantique terminent un chapitre très exploratoire.

Électromagnétisme

L’électricité et le magnétisme ont une place très importante dans l’histoire des sciences. Avant Benjamin Franklin (1751), l’électricité se confond essentiellement avec le phénomène naturel de la foudre, alors que l’électricité statique à l’échelle humaine reste une curiosité sans importance reconnue. Parce qu’ils ne sont pas bien compris, le tonnerre et les éclairs provoquent la peur. Les êtres humains ont créé des dieux comme Zeus-Jupiter dans les civilisations passées hautement organisées. Suite aux développements scientifiques des 18e et 19e siècles, à l’unification de

l'électrostatique, de l'électro-cinétique, de la magnéto-dynamique et de l'optique *via* les équations synthétisées par James Clerk Maxwell (1873), l'humanité a développé une technologie et un certain contrôle de l'énergie électrique. Nous avons déjà évoqué au chapitre 3 l'interaction électrostatique coulombienne comme le phénomène premier qui donne la structure de l'atome d'hydrogène. Et par extension celle de tous les Atomes à l'aide du principe d'exclusion de Pauli. Par conséquent, toute la dynamique moléculaire, toute la chimie et toute la biologie peuvent être considérées comme une variation de la mécanique et de l'électromagnétisme. Toutes ces interactions électromagnétiques sont continuellement présentes dans notre vie, au sein de notre corps, et *a priori*, nous n'avons absolument aucune conscience de leur présence ! Avant de nous intéresser à des états complexes macroscopiques, nous commençons par un exemple fondamental pour l'hypothèse fractaquantique.

Médiateur

Nous imaginons deux Atomes a et b de spin un demi et nous cherchons à construire un modèle pour l'association $\{a, b\}$. Compte tenu du grand nombre de fermions de spin un demi, il s'agit d'un modèle à la fois simple et de portée générale. En particulier, nous nous demandons quelle est la valeur du spin du "composite" $\{a, b\}$. Le résultat s'exprime simplement, même s'il conduit à une curieuse algèbre : le spin de l'"ensemble intégré" $\{a, b\}$ vaut zéro ou un comme nous l'explicitons à l'Annexe C qui reprend des calculs très classiques. En résumé, quand on additionne deux spins, on a la relation : $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$ ou 1 .

Si a et b sont des éléments quantiques différents, par exemple par l'intermédiaire de leur masse ou de leur charge électrique, alors l'une ou l'autre valeur 0 ou 1 pour le spin total est possible. Si a et b sont identiques, ils sont indiscernables et le principe d'exclusion de Pauli, généralisé avec le théorème spin-statistique ou postulat de symétrisation affirme* que "seule la combinaison antisymétrique est possible". L'essentiel pour nous et pour la suite de ce travail est que l'association de deux quanta de spin un demi crée un boson de spin zéro de "relation pure" si les deux objets au départ

* Voir par exemple le traité de Cohen-Tannoudgi, Diu et Laloë (1977), page 1378.

sont identiques. L'association de deux électrons va permettre de donner naissance à une "particule de relation", naturellement porteuse d'une interaction à un niveau plus élaboré de la structure.

Nous cherchons maintenant à étendre avec l'approche fractaquantique la notion de relation entre deux. Relation éphémère ou durable, faite de l'assemblage du "un demi plus un demi" qui crée le médiateur d'une interaction. Pour nous, un médiateur fractaquantique, ou plus simplement un médiateur, est le composé de deux Atomes de la nature en relation étroite. C'est un système avec une durée de vie *a priori* finie, destiné à transmettre une information ou une relation. Cette notion de médiateur est une généralisation fractaquantique du boson intermédiaire. Nous voulons dans les paragraphes qui suivent proposer quelques exemples à l'échelle macroscopique où le médiateur est un familier de notre quotidien.



Figure 1. Une conversation entre deux personnes est un médiateur fractaquantique [pixabay.com].

Conversation

Un premier exemple de médiateur est une simple discussion, une relation de parole entre deux êtres humains. Le contenu interne de la relation est fait du sens de ces paroles. Il représente un transfert physique d'une très faible quantité de matière et d'énergie, avec les vibrations de l'air lors du passage

de l'onde acoustique. Mais cette relation nécessite un certain temps et demande l'investissement de chacune des personnes pour que le message soit émis, transmis, puis finalement reçu. Le médiateur est constitué à la fois par l'ensemble des deux partenaires durant le temps de l'échange et par le message échangé (voir la Figure 1). Le médiateur ne se réduit pas au contenu du message. Il apparaît avec le début du message et disparaît lorsque le message a été reçu. Sa masse totale, comme pour le boson intermédiaire, est très importante puisqu'il faut prendre en compte les masses des deux protagonistes ! Son temps d'existence, quelques minutes typiquement, est très petit devant le temps de vie de chacun des deux acteurs impliqués.

Danse

L'étape suivante est une relation plus intime du corps et du regard, avec la danse, qui évoque l'échange, le désir et la fête. On peut voir la danse comme une forme élaborée de conversation, même si elle est sans parole ! Soutenue par la musique et un cadre social, elle autorise l'intimité et le contact des corps. Ce faisant, elle permet de créer, en se restreignant par exemple aux danses de couple, un "être intermédiaire", une structure stable et finie dans le temps. Certains viennent les admirer dans les spectacles de valse, de tango, de sevillane ou de rock and roll. Nous ne faisons qu'évoquer ici ce thème tout à fait majeur de la rencontre sociale et de la création du désir et renvoyons le lecteur par exemple aux travaux d'Yvon Guilcher (1998) et de France Schott-Billmann (2001). Deux danseurs forment un médiateur au sens de ce paragraphe.

Amour

Si on prolonge cette relation et qu'on aborde la relation amoureuse, le sentiment amoureux anime les deux êtres d'un même élan de désir de rencontre. Le médiateur est cette fois composé des deux personnes réunies par leur amour. L'apparition brutale du lien est alors le signe de la création d'un amour, c'est par exemple le "coup de foudre", qui n'est pas sans évoquer certains comportements cohérents des interactions électromagnétiques ! Nous n'épiloguerons pas sur l'éphémère de l'amour car la disparition rapide de l'état amoureux n'est pas non plus une fatalité puisqu'il y a aussi des couples qui tiennent, des sentiments qui durent et relient les êtres

humains. Une autre façon de vivre le “*je suis les liens que je tisse*” d’Albert Jacquard (2002) : “s’il rompt les liens qu’il tisse, chaque homme perd la partie véritablement humaine de son existence”.



Figure 2. Deux Atomes en relation forment un médiateur.

Grossesse

Un médiateur fractaquantique est créé par la capacité qu’ont deux Atomes de s’unir, de s’intégrer l’un à l’autre un certain temps pour être les porteurs temporaires d’un message. Un très bel exemple de boson intermédiaire, de médiateur, pour terminer cette première tentative de formalisation, est simplement celui d’une femme enceinte. En effet, elle est la réunion de deux êtres vivants, la femme et le fœtus, qui se transforme depuis une structure à l’échelle inférieure (la cellule) en petit être humain qui devient autonome. Le message porté par cet être intermédiaire est d’abord de nature biologique, avec la duplication des cellules, puis avec la réalisation de l’embryogenèse. Il nécessite un temps important (neuf mois !) et permet la croissance de la vie de l’échelle d’une simple cellule à celle d’un être vivant supérieur.

Nous avons noté avec intérêt la réaction d’Élie Bernard-Weil à notre propos en 2003 à propos du lien entre le médiateur et la théorie des couples “ago-antagonistes” qu’il avait proposée avec ses collègues (1973). Il s’agit d’explorer la notion de couplage et la recherche de causes multiples. Dans l’approche initiale, un couple ago-antagoniste est modélisé par un système de deux composants, en suivant les idées proposées initialement pour les systèmes de proies et de prédateurs par Alfred James Lotka (1925) et Vito Volterra (1931). Rappelons qu’un tel médiateur est lui-même une relation, une interaction, un boson.

Nous pouvons représenter un médiateur au sein d’un graphe abstrait (Figure 2) où les éléments insécables de la nature, les Atomes, sont représentés

par un point et la relation, par un trait (pointillé) qui les joint. C’est une représentation proche dans sa forme d’un diagramme de Feynman, à ceci près qu’il s’agit dans cette première approche d’une vision stationnaire, stable dans le temps, ce qui limite bien entendu le cadre de notre approche, mais permet au moins de constituer un premier modèle.

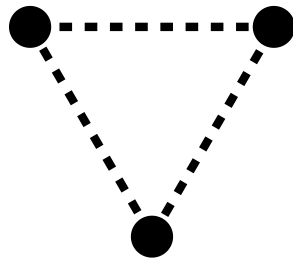


Figure 3. Boucle triangulaire.

Boucles

L’image suivante est celle de trois partenaires en interaction avec une “force” comparable. On est là devant le cas d’équilibre parfait, où le nombre de bosons, de relations est égal au nombre d’Atomes, de fermions comme illustré Figure 3. En effet, si plusieurs fermions sont en relation deux à deux*, le nombre de relations est égal exactement au nombre d’Atomes dans le cas de trois relations uniquement, si l’on exclut le vide. On peut alors disposer ces trois éléments constitutifs de la matière dans un graphe naturellement triangulaire. À l’annexe B, nous explorons quelques aspects topologiques d’une telle figure en apparence très simple.

Un exemple non banal de boucle nous a été suggéré par la magnifique image créée par Jean-François Colonna (1992). Cette boucle est le résultat de la relation continue, l’échange permanent de gluons, entre les composants de la matière, les quarks, comme illustré à la Figure 4. On forme pour cela une assez bonne image du nucléon, proton ou neutron, composé de trois quarks en interaction forte *via* un échange continu de gluons. Outre l’impossibilité de “voir” les quarks isolément, une telle représentation du nucléon permet de le considérer à la fois comme élémentaire, comme un

* Le nombre λ de relations de n objets liés deux à deux de toutes les façons possibles est égal au nombre $n(n-1)/2$ de combinaisons entre ces objets.

Atome, un élément insécable à un certain niveau spatial et énergétique de représentation et comme un ensemble composite structuré au moyen d'un graphe simple, mais non banal. Nous retenons que la matière, au sein de ses constituants stables les plus massifs, les nucléons, semble se présenter sous la forme de boucles.

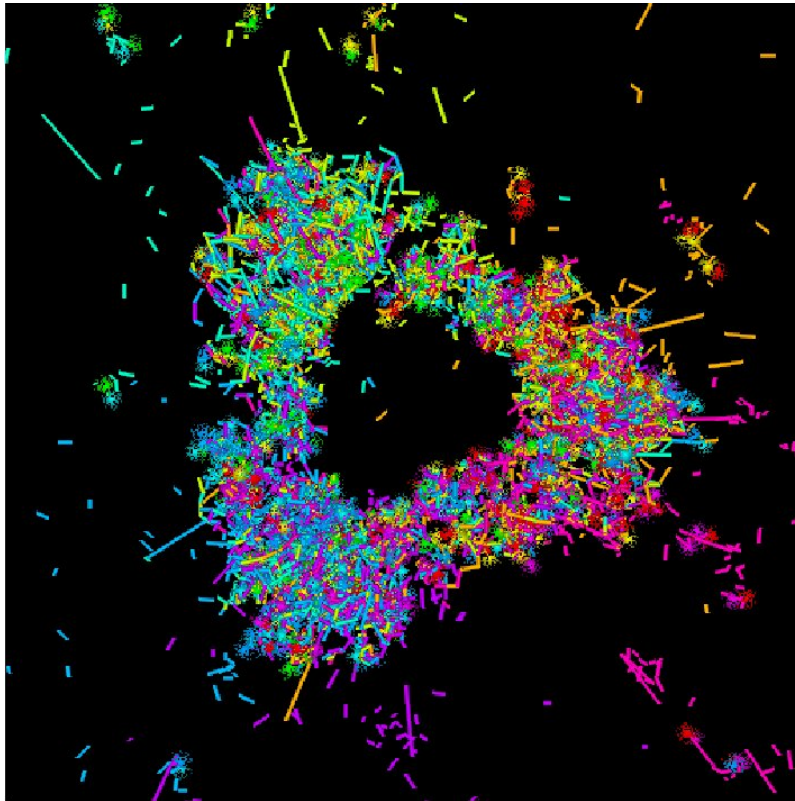


Figure 4. Structure du nucléon représentée en 1992 par Jean-François Colonna. Les trois quarks aux sommets du triangle s'échangent des gluons porteurs de la force de couleur, avec une intensité telle que la structure globale crée une boucle, véritable singularité de l'espace.

L'espace se réduit-il à des boucles autour de la matière ? Cette structure topologique, cette boucle quasi-continue, qui traduit l'équilibre dynamique du nucléon, constituant fondamental de la matière, nous paraît comme un modèle très instructif pour se représenter l'espace et la matière à l'échelle du proton. Nous observons aussi que si la structure du nucléon peut être représentée par une boucle, alors il existe de façon duale une seconde boucle formée par l'espace extérieur, "autour" de la matière en interaction. Cette notion est illustrée Figure 5. Nous en déduisons une représentation possible

de l'espace à l'échelle du nucléon, composé alors de boucles qui s'enroulent autour des interactions. Une piste possible pour construire l'espace à partir de boucles autour des bosons qui relient la matière, une idée inspirée des théories de gravité à boucle (voir par exemple Carlo Rovelli, 2004).

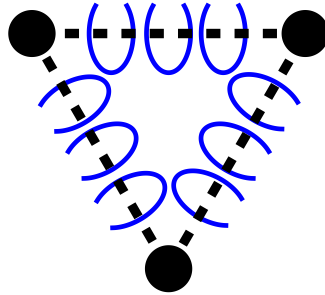


Figure 5. Illustration d'un espace qui boucle autour des relations.

Notons aussi le caractère générique d'une représentation à l'aide de boucles. À partir de deux "atomes" identiques (notons les "H" pour fixer les idées) et d'un autre différent des deux premiers (on le note "O" cette fois), on dispose de relations de deux types : O-H et H-H. L'ensemble laisse encore apparaître un graphe à trois liens avec une boucle, la molécule d'eau, nouvel Atome d'un cran supérieur dans l'échelle des dimensions spatiales.

Graphes

Ensuite, pour un assemblage de plus de trois Atomes, quelle type de structure émerge ? Nous pouvons imaginer une structure plus complexe à une échelle donnée, avec le modèle d'un graphe de relations, de bosons d'échange permanents, reliant ensemble certains Atomes de la structure. La Figure 6 donne un exemple avec $n = 30$ Atomes et $\lambda = 36$ relations. On constate la présence de 7 cycles indépendants dans un tel graphe, de boucles permettant d'aller d'un sommet à un autre sans revenir sur ses pas. Nous sommes ici dans un cadre mathématique familier et nous renvoyons le lecteur au traité de Claude Berge (1970).

Retenons surtout qu'il semble possible de formaliser l'existence d'une structure au moyen d'un graphe formé d'une part de "vertex" (les Atomes) reliés entre eux par des liens (les bosons d'interaction). Au sein d'un graphe

quelconque, nous privilégions les structures associées aux boucles. Alors un algorithme classique de recherche d’une “base de cycles” met en exergue des dynamiques globales qui peuvent se maintenir dans le temps.

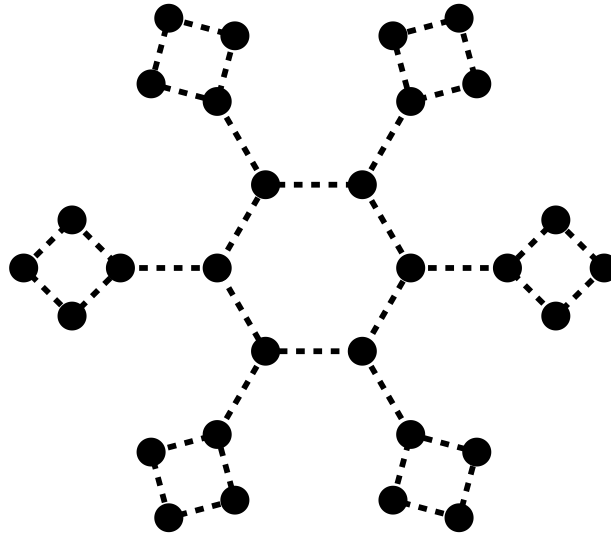


Figure 6. Structure de graphe à une échelle donnée, composé de 30 sommets (Atomes), 36 arêtes (bosons) ; il fait émerger 7 cycles.

Nous proposons enfin de voir l’indiscernabilité quantique non par les apparences de l’altérité et de l’identité, mais par l’identité du graphe relationnel qui sous-tend la structure. Revenons par exemple à la Figure 6, déjà complexe puisqu’elle comporte trente Atomes et trente six liens. Si on modifie la composante matérielle de ce graphe, qu’on remplace les vertex par des Atomes d’une autre nature, sans changer la structure des liens entre ces composants, on fabrique de ce fait une nouvelle structure, en un sens “identique” à la précédente, au moins par son graphe relationnel. Pourtant, on peut la distinguer de la précédente puisque les Atomes qui la composent sont distincts. En un sens, l’indiscernabilité quantique pour les organismes complexes doit pouvoir être recherchée dans l’identité du *graphe* qui sous-tend les relations, compose la structure, constitue l’être, et non dans les Atomes qui composent les nœuds matériels du graphe.

Relation et foule

Dans le modèle de foule décrit par Sigmund Freud, “l’essence d’une foule réside dans les liens libidinaux présents en elle, nous en trouvons également un indice dans le phénomène de panique, qui s’étudie au mieux sur les foules militaires. Une panique apparaît quand une foule se désagrège. Ce qui la caractérise, c’est que plus aucun ordre du chef n’est écouté et que chacun se préoccupe de lui-même sans se soucier des autres. Les liens mutuels ont cessé d’être et une angoisse se libère, gigantesque, insensée.”

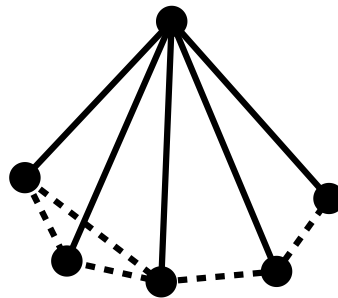


Figure 7. Graphe des relations au sein d’une foule selon Sigmund Freud (1921). Tout le monde est relié au chef (traits continus) ; la foule entretient aussi en son sein des “relations libidinales” (traits pointillés).

Nous pouvons imaginer représenter la foule à l’aide du graphe de la Figure 7, avec une relation d’un certain type de tous les Atomes au “chef” ainsi que des “relations libidinales” d’une autre nature entre ses membres. Ce modèle reste à préciser et enrichir, mais il est clair qu’une foule, même si elle comporte beaucoup d’individus, représente une structure rudimentaire qui doit pouvoir se décrire au moyen d’une représentation très simple.

Nous pouvons compléter cette vision de la foule par la description d’une structure hiérarchique classique (voir la Figure 7), tout à fait traditionnelle dans l’organisation des foules artificielles, comme les entreprises ou les administrations. Nous remarquons surtout qu’un graphe comme celui de la Figure 7 ne possède pas de boucle dans ses liens explicites et formels. L’intelligence d’un tel système n’est possible selon nous que *via* des régulations complémentaires, des liens fonctionnels en réseau “informels”, suivant en cela notre idée (2007) que l’intelligence est dans les boucles.

Boucle et structure

Les boucles sont fondamentales pour comprendre les effets de rétroaction, les processus de contrôle. Ainsi par exemple, Henri Atlan, dans son livre *Entre le cristal et la fumée* (1979), utilise les “graphes de liaison” comme une représentation possible du vivant dans son approche de la complexité par le bruit. Citons aussi le biologiste Manfred Eigen et ses travaux sur les hypergraphes (1971). Il a étudié dans les années 1970 des systèmes de réactions chimiques, qui, bien qu’instables, donnent naissance à des couplages en boucles, qualifiés d’hypercycles par Eigen. Ainsi, un système chimique instable peut être entretenu de manière à faire apparaître une dynamique généralisant le système des prédateurs et des proies proposé par Lotka et Volterra.

Nous disposons de la notion de boucle, à la fois simple et élaborée puisque la topologie sous-jacente n’est pas triviale. Est-il possible de modéliser la “pile fractale” des structures avec des échelles différentes avec la théorie des graphes ? À partir d’une structure donnée Atome-lien ou matière-relation, comment imaginer un autre Atome à une échelle supérieure ? Les boucles de longueur minimale du graphe des relations à une échelle donnée pourraient être identifiées aux atomes à une échelle plus grande. La structure fractaquantique ne peut pas *a priori* se contenter d’un seul niveau d’analyse. Il faut pouvoir aller et venir entre deux niveaux d’échelle, imaginer des graphes à “emboîtements” et des règles algébriques de passage entre les “poupées russes”.

Une structure à une échelle donnée est un ensemble composite de sous-structures, d’Atomes liés entre eux comme par un bavardage permanent au moyen de bosons d’échange. La difficulté est de reconnaître à quel moment un ensemble qui nécessairement se complexifie redevient simple et autonome. Comment identifier un sous-système ? Nous ne pouvons développer ici le travail de Humberto Maturana et Francisco Varela (1972) sur l’autopoïèse, l’art d’un système de se produire lui-même en permanence grâce à son interaction avec son environnement tout en maintenant sa structure. Il y a là un champ de recherche fondamental. Comment une structure à une échelle donnée peut-elle s’apparier avec des structures semblables pour

créer un nouvel ensemble à une échelle supérieure ? Quelles similitudes et quels écarts peut-on mettre en évidence entre deux structures à des échelles différentes ? Quoi de commun entre la structure d'une molécule inerte et celle d'une cellule vivante ? Quoi de commun entre la structure d'une cellule vivante et celle d'un organisme supérieur ? Question identique en sociologie avec la structure interne du corps humain et les structures sociales...

Sociologie quantique

Le problème de la sociologie quantique est posé magnifiquement par Konrad Lorenz (1950) : “Le nombre est prodigieux des sociologues et des psychologues modernes qui traitent d'une manière singulièrement étroite des rapports de causalité existant entre les structures de l'individu et celles de la société qui englobe l'individu ; entre la totalité organisée d'ordre inférieur et la totalité organisée d'ordre supérieur.” Il convient bien entendu de réfléchir au lien entre la structure interne d'un Atome et le graphe de la structure supérieure duquel il participe. Une analogie permettrait d'imaginer une véritable invariance d'échelle, une structure fractale complète, une cohérence du tout et des parties.

Nous avons dans ce chapitre avancé quelques pistes, quelques axes de recherche pour développer diverses facettes de l'hypothèse fractaquantique. Tout d'abord, la permanence des relations, du bavardage, crée la masse, la matière, ses structures, comme il est classique en théorie quantique des champs. Il n'y a pas de structure stable sans la permanence des liens internes. Nous pensons que ces liens créent la structure et que les boucles créent la permanence.

La multiplicité des échelles et le passage d'une représentation à une autre est un point fondamental qui reste à explorer. A quel niveau de complexité, de relation peut-on parler d'une structure nouvelle, de “niveau” supérieur du point de vue des échelles fractales ? À quel moment une telle structure, autonome, est-elle capable de se diriger en cohérence avec les autres et en respectant sa propre “santé”, c'est à dire sa propre structure interne ? Nous risquons une hypothèse, déjà présente en filigrane chez Konrad Lorenz (1950) ou Francisco Varela (1972) : la gouvernance est possible

dès qu'il y a cohérence de la partie et du tout, que la structure sociale "externe" présente un graphe de structure analogue au graphe de la structure biologique "interne". On peut même imaginer une périodicité d'échelle, où "le tout est contenu dans la partie".

Indiscernabilité ou conscience ?

Nous terminons ce chapitre avec une réflexion sur l'intégration d'un grand nombre dans une structure et les difficultés liées à la notion d'indiscernabilité quantique. L'indiscernabilité, bien établie pour les petites échelles, fait question aux échelles supérieures, et en particulier en biologie : quelle est la part de profonde identité entre les cellules ? Les cellules de notre organisme sont au départ indifférenciées et se spécialisent ensuite en fonction de leur position initiale lors de la croissance du fœtus. Ce comportement dynamique indifférencié peut-il être compris comme une trace de l'indiscernabilité quantique à l'échelle des cellules ? On observe pour les cellules une absence de complète indiscernabilité, c'est à dire une rupture partielle de l'invariance d'échelle de la mécanique quantique, qui crée l'individuation, l'unicité, et possiblement la conscience. Nous touchons bien sûr ici un sujet très délicat, abordé depuis de longues années par des psychologues, des biologistes ou des physiciens. Nous pensons aux travaux de personnalités scientifiques bien reconnues par leurs pairs comme Carl-Gustav Jung (1954), Jean-Pierre Changeux (2006) ou Stuart Hameroff et Roger Penrose (1996, 2014). Mais nous n'avons pas à ce jour de réponse à cette question simple : la conscience émerge-t-elle de l'individuation ?

-6- Mesure

“Hypocrite lecteur, mon semblable, mon frère”.

Charles Baudelaire (1857).

Le processus d'écriture de ce texte est-il assimilable à une mesure quantique ? Si cette question est lue et comprise, la relation entre le lecteur et l'auteur est le résultat d'une médiation sociale grâce au langage. Ce *corpus* commun de culture nous permet de communiquer. Nous appartenons à un même groupe social, les francophones pour notre exemple. La lecture et l'écriture de la langue française est une caractéristique essentielle de cette communauté. En retour, si un auteur désire être lu et compris, il doit accepter les règles qui caractérisent le Français, comme la grammaire et l'orthographe. Cet *a priori* des règles communes pour communiquer concerne non seulement l'écriture, mais aussi la prise de parole ou même la composition musicale. Plus généralement, se pose la question des liens entre un individu et un groupe social auquel il appartient. De façon duale, comment une société interagit-elle avec les individus qui la composent ?

Avec cet exemple de la relation sociale, nous sommes en présence de deux échelles fondamentalement différentes : la micro-échelle avec l'individu et la macro-échelle avec la structure sociale. Ces relations entre échelles existent aussi dans beaucoup d'autres contextes. La surprise vient de la physique microscopique, avec des échelles spatiales si petites qu'elles ne nous sont pas directement perceptibles. Pour comprendre cette physique, la mécanique quantique met en exergue l'ignorance de l'observateur à l'aide de puissants outils mathématiques. Mais on doit renoncer à une causalité explicite, ainsi qu'en témoigne Niels Bohr (1958) : “L'impossibilité, dans l'expérience psychique, de faire une distinction nette entre les phénomènes eux-mêmes et leur perception consciente exige clairement que l'on renonce à toute description causale selon le modèle de la physique classique.”.

Dans ce chapitre, nous insistons sur le changement de paradigme induit par la mécanique quantique sur le processus de mesure. On passe d'un couple

sujet-objet à un couple observateur-observé. Avec l'hypothèse fractaquantique, on généralise ensuite ce processus à des mesures multi-échelles, avec en particulier un modèle pour le vote et une réflexion sur les questionnaires administratifs. Nous abandonnons par la suite cette hypothèse d'échelles multiples avec un observateur et un observé à la même échelle pour un modèle mathématique de la sérendipité. Nous proposons enfin un modèle quantique pour l'écriture et terminons ce chapitre par quelques questions encore sans réponse.

Du sujet-objet à l'observateur-observé

La dualité sujet-objet est un thème classique en épistémologie. Nous nous appuyons ici sur ce que nous apprend la mécanique quantique. Rappelons d'abord que le *subjectum* en philosophie classique est un "être individuel et réel, supposé à base de toute pensée, face auquel le contenu de sa pensée, le monde extérieur constituent un objet"* Par ailleurs, l'*objectum* est la chose placée devant. Ces définitions de sujet et d'objet furent valables pour les scientifiques durant plusieurs siècles. Ainsi, Galileo Galilei au 17e siècle fait rouler des billes sur un plan incliné (1632). Il mesure le temps nécessaire pour qu'elles parcourent une certaine distance dans ce plan. Et il découvre que le mouvement d'une bille idéale non perturbée est le mouvement rectiligne et uniforme. Les billes sont effectivement l'objet de son expérimentation. Dans un langage moderne, il observe le monde "en troisième personne". La science, par ses expériences sur des objets, permet de proposer des lois qui structurent notre compréhension du monde.

La dualité sujet-objet devient incompatible avec une approche quantique. Pour Werner Heisenberg (1953) "les atomes ne sont pas des choses" : "la science moderne nous montre que nous ne pouvons plus du tout considérer comme une chose "en soi" les moellons de la matière. La science ne peut plus parler simplement d'une nature en soi". Donc pour Heisenberg (dans le même ouvrage), "le sujet de la recherche n'est donc plus la nature en soi, mais la nature livrée à l'interrogation humaine. Les sciences de la nature présupposent toujours l'homme et, comme l'a dit Bohr[†], nous devons nous

* *Le petit Larousse illustré*, Larousse, Paris, 2006.

† voir Niels Bohr (1929), "[...] la situation nouvelle qui se présente en physique

rendre compte que nous ne sommes pas spectateurs mais acteurs dans le théâtre de la vie”.

Un Atome, une entité du monde, n’est pas une *causa*, un être inanimé. Et les relations d’incertitude de Heisenberg, conséquences de la non-commutation d’opérateurs, garantissent que l’immobilité complète ne peut être observée dans la nature... Nous nous intéressons maintenant à un point fondamental de l’approche fractaquantique, à savoir la possibilité d’observer, d’opérer une mesure.

Dans une observation, il y a un sujet qui observe, un “observateur”. Nous définissons ici l’Atome observateur comme l’observateur d’un système si petit pour lui-même qu’il échappe à sa perception. L’observateur a un accès limité à la réalité du système observé, *via* des mesures qui imposent des contraintes au système étudié. Par ailleurs existe un Atome observé, plus simplement un “observé”. Le mot “observé” n’est alors plus à considérer comme un participe mais comme un substantif. La dualité classique sujet-objet laisse la place à une approche quantique délicate, à savoir la relation observateur-observé. Nous insistons sur le fait qu’observateur et observé sont tous deux sujets du monde, acteurs dans le monde, “êtres au monde”, Atomes.

Mesure multi-échelle

La règle de Born a été introduite pour décrire la mesure entre des observateurs humains et des atomes microscopiques. Dans le cadre de l’hypothèse fractaquantique, le formalisme mathématique de la mécanique quantique doit avoir une extension à tous les Atomes dans la nature, de toutes les tailles. En particulier, le processus de mesure doit être généralisé à toutes les paires d’Atomes. Nous tentons dans ce paragraphe d’étendre la règle de Born à des mesures quantiques entre Atomes d’échelles fondamentalement différentes. Pour cela, nous considérons un “petit” (little) Atome ℓ qui est l’observé dans le processus de mesure et un “grand” (Big) Atome B qui est l’observateur de la mesure, qui conçoit et effectue la mesure.

nous rappelle si instamment cette ancienne vérité, que nous sommes aussi bien acteurs que spectateurs dans le grand drame de l’existence.”

Nous pensons bien entendu au cas classique de la physique, où ℓ est microscopique et B est à l'échelle humaine, mais aussi au cas de la sociologie où ℓ est à l'échelle humaine et B à l'échelle d'un corps social. Le saut entre les deux échelles, entre le petit Atome ℓ et le grand Atome B est tel que l'Atome ℓ n'est pas directement perceptible pour l'Atome B. La perception, c'est à dire la conscience de l'interaction directe entre un petit Atome ℓ et un gros Atome B est négligée lorsque ℓ et B ont des échelles différentes. Notons que l'Atome observé ℓ subit le processus de mesure imposé par l'Atome observateur d'échelle supérieure B qui ne le distingue pas de ses semblables. De plus, le grand Atome B fixe ce qui va être mesuré.

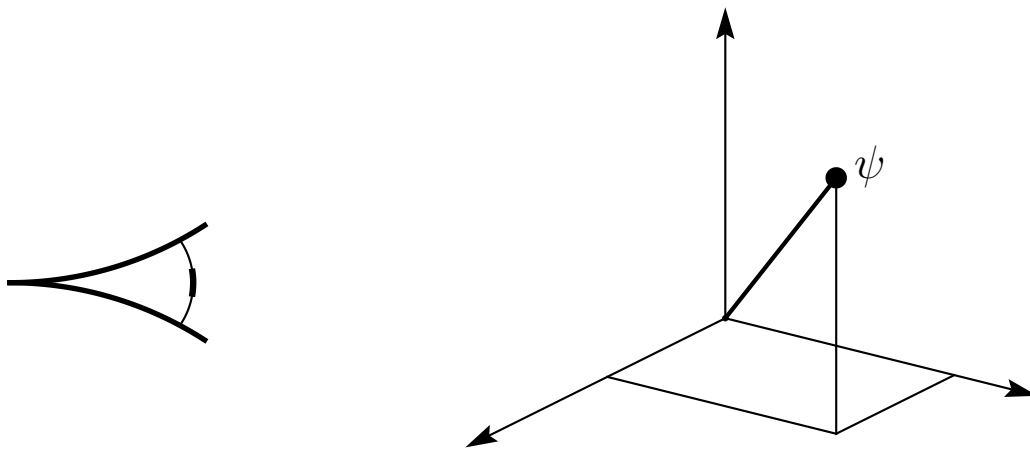


Figure 1. Processus de mesure pour deux entités d'échelles très différentes : l'Atome observateur B (à gauche) impose sa vision à l'Atome observé ℓ (à droite). Pour cet exemple, il place un repère cartésien en vue de la mesure qui va projeter le vecteur ψ qui modélise l'Atome observé sur un des axes.

Rappelons la formulation mathématique de la règle de Born. Dans l'approche quantique, toute mesure, toute observable peut s'interpréter avec un opérateur linéaire A sur un espace de Hilbert V . L'opérateur de mesure A est choisi par l'Atome observateur B ; on le suppose auto-adjoint, ce qui permet de décomposer facilement l'espace V en somme directe de sous

espaces propres E_λ^* . De plus, ces sous-espaces propres sont orthogonaux[†]. Dans chaque sous-espace propre, l'observable A se réduit à une simple multiplication[‡] par la valeur propre correspondante λ . Cette structure spectrale est imposée à l'observé ℓ , représenté par un simple vecteur unitaire dans l'espace de configuration.

La modélisation quantique du processus de mesure exprime d'abord (Max Born, 1926) que le résultat de la mesure est nécessairement une valeur propre λ de l'observable A . La structure du dispositif expérimental construit par l'observateur ne laisse qu'un choix limité de réponses possibles à l'observé. L'observateur impose les valeurs possibles de la mesure à l'observé ! La violence d'un tel dispositif mérite d'être notée ici.

La modélisation mathématique construit alors les probabilités p_λ pour que la mesure donne un résultat exactement égal à la valeur λ . On décompose l'observé ℓ sur les sous-espaces propres E_λ [§]. Alors le théorème de Pythagore relie le carré de la norme de ℓ aux carrés des normes des composantes ℓ_λ [¶]. Selon la règle de Born, la probabilité p_λ est égale au carré de la norme de la projection^{||} de l'état ℓ sur le sous espace E_λ . On remarque que la somme des probabilités vaut 1 puisqu'on a choisi ℓ unitaire. À l'issue de la mesure, l'état ℓ est projeté sur le sous-espace E_λ associé à la mesure qui vient d'être faite^{**}: c'est le processus de réduction du paquet d'ondes.

Ce processus de mesure décrit de manière efficace les expériences de physique microscopique. Si les valeurs propres de l'opérateur de mesure peuvent être calculées de façon exacte ou approchée, on confronte ce résultat

* On écrit la décomposition spectrale de l'espace V sur les sous-espaces propres E_λ : $V = \bigoplus_\lambda E_\lambda$.

† Le produit scalaire (φ, ψ) est nul deux états $\varphi \in E_\lambda$ et $\psi \in E_\mu$ appartenant à des sous-espaces différents ; si $\lambda \neq \mu$, alors $(\varphi, \psi) = 0$.

‡ Dans un sous-espace propre, l'opérateur de mesure opère avec une simple multiplication par la valeur propre λ : si $\varphi \in E_\lambda$, alors $A \varphi = \lambda \varphi$.

§ La théorie est linéaire et on a la décomposition $\ell = \sum_\lambda \ell_\lambda$ avec $\ell_\lambda \in E_\lambda$.

¶ Le carré de la norme de la somme des vecteurs est égal à la somme des carrés des normes des diverses composantes : $\|\ell\|^2 = \sum_\lambda \|\ell_\lambda\|^2$.

|| On a la relation fondamentale $p_\lambda = \|\ell_\lambda\|^2$.

** À l'issue d'une mesure égale à la valeur λ , on a nécessairement $\ell \in E_\lambda$.

à la valeur expérimentale observée. L'accord entre les deux valeurs a toujours été remarquable ainsi que les probabilités d'apparition des diverses valeurs possibles. Dans le paragraphe suivant, nous développons un exemple emprunté aux sciences sociales.

Un modèle fractaquantique de vote

Nous considérons maintenant un “grand” Atome B macroscopique composé de toute une structure sociale. Par exemple, l'élément B est un état comme la France pour fixer les idées. Les acteurs sociaux de la société B, les citoyens, sont les “petits” Atomes ℓ dans notre modèle*. Le nombre des individus indiscernables est assez important (10^6 à 10^9 typiquement). La vie démocratique dans la société B suppose que les responsabilités sociales sont prises par des représentants élus du *corpus* social. Ainsi, un processus de vote a pour objectif de déterminer un acteur social particulier parmi tous pour l'acceptation des responsabilités sociales. Une telle position est supposés être attractive et un ensemble Γ de candidats γ issus de l'ensemble des Atomes ℓ est déterminé au départ de notre étude.

Le problème de l'élection est de déterminer un seul candidat “élu” γ_1 parmi la famille Γ grâce à la synthèse de toutes les opinions des différents électeurs ℓ . L'objectif social de la société B est la détermination d'un candidat parmi d'autres à travers un processus social équitable géré par l'ensemble de la société, modélisée ici *via* un macro Atome B. Ce problème mathématique est très “mal posé” et nous nous référons aux travaux pionniers de Jean-Charles de Borda (1781) et Nicolas de Condorcet (1785) suivis au 20e siècle par le théorème de Kenneth Arrow (1951). Il n'existe pas de fonction de bien-être social démocratique satisfaisant à des hypothèses raisonnables. Nous nous limitons au processus dit de “premier tour” tel que mis en œuvre dans beaucoup de situations. Dans ce processus, chaque électeur ℓ doit transmettre le nom d'au plus un candidat γ . Ensuite, une liste ordonnée des candidats est obtenue en comptant le nombre de votes exprimés pour chacun.

Un modèle quantique d'un tel processus s'appuyant sur la règle de Born

* Nous écrivons $\ell \in B$ même si cette expression n'est pas complètement correcte d'un point de vue mathématique.

décrite plus haut est possible. Nous introduisons l'espace H_Γ des candidats généré formellement par la famille finie Γ de tous les candidats[†]. Cette décomposition est supposée de plus orthogonale[‡]. La fonction d'onde associée à un électeur ℓ est représentée par un état également noté ℓ dans cet espace H_Γ [§].

Le produit scalaire (ℓ, γ) de la relation précédente est la composante de l'électeur ℓ par rapport à chaque candidat γ . Ce nombre représente la sympathie politique de l'électeur ℓ par rapport au candidat γ [¶]. Nous suivons la règle du Born et suggérons que la probabilité pour l'électeur ℓ de donner son vote au candidat γ est égale à $|(\ell, \gamma)|^2$ ^{||}.

L'interprétation du processus électoral de premier tour de scrutin comme une projection lors d'une mesure quantique est naturelle. Pendant l'élection, le jour précis où le processus de mesure se produit, l'électeur ℓ est obligé de choisir au maximum un seul candidat γ_0 . En conséquence, toute sa sensibilité politique est socialement "réduite" à ce candidat particulier. Nous pouvons écrire $\ell = \gamma_0$ pour exprimer l'effondrement, la projection de l'électeur ℓ sur le candidat γ_0 . Bien sûr, aucun électeur n'a des opinions politiques identiques à celles d'un candidat précis et ce processus de mesure est une véritable réduction. Néanmoins, le processus de choix social tel qu'il est défini plus haut impose cette projection afin de construire une synthèse collective à l'aide d'un simple comptage des bulletins. Cette interprétation quantique d'un tel processus de vote met en évidence la brutalité associée à ce genre de prise de décision. Les dangers et les inconvénients d'un tel processus se sont clairement manifestés en France par exemple lors de l'élection présidentielle de 2002*.

[†] On pose $H_\Gamma = \bigoplus_{\gamma \in \Gamma} \mathbb{C} \gamma$, où \mathbb{C} désigne le corps des complexes.

[‡] Le produit scalaire (γ, γ') de deux candidats $\gamma \in \Gamma$ et $\gamma' \in \Gamma$ est nul si $\gamma \neq \gamma'$ et il est égal à 1 si $\gamma = \gamma'$.

[§] On a la décomposition $\ell = \sum_{\gamma \in \Gamma} (\ell, \gamma) \gamma$ de l'électeur ℓ dans l'espace des candidats.

[¶] Nous supposons ici que la norme $\|\ell\| = \sqrt{\sum_{\gamma \in \Gamma} |(\ell, \gamma)|^2}$ de l'état ℓ est inférieure ou égale à l'unité.

^{||} Nous suggérons également que la probabilité de répondre par un vote "blanc ou nul" est $1 - \|\ell\|^2$ dans ce cadre.

* Voir *par exemple* la page Wikipedia sur ce sujet.

Nous avons ensuite étendu ce modèle de vote quantique (2009) afin de prendre en compte les travaux de Michel Balinski et Rida Laraki (2007). Cette équipe a proposé un paradigme qui permet d'aller au-delà du théorème d'impossibilité de Arrow.

Questionnaire

Après l'exemple du vote, intéressons-nous au processus familial associé au fait de remplir un questionnaire administratif. Nous l'interprétons comme une mesure demandée par un grand Atome, la société, à un Atome d'échelle inférieure, un individu qui appartient à cette grande structure. Un questionnaire administratif commence traditionnellement par les questions "nom, prénom, date et lieu de naissance", avec des cases où les différentes lettres de la réponse doivent être disposées. On peut voir chaque case du questionnaire comme la mesure d'une caractéristique de la personne : première lettre du nom, seconde lettre du nom, *etc.* Du point de vue du formalisme quantique, ce sont autant de composantes propres qui décomposent le sujet dans l'espace de référence.

Quand nous remplissons un questionnaire pour l'administration, nous subissons la réduction du paquet d'ondes. Le rôle du questionnaire est aussi de faire sortir le demandeur de l'anonymat en lui imposant d'explicitier les éléments caractéristiques qui le rendent discernable de ses semblables. Ici encore, l'individu est réduit à un ensemble fini de composantes qui permettent de l'identifier. Dans ce cas extrême, le paquet d'ondes est réduit à une valeur unique caractéristique. On passe de l'indiscernable de l'individu anonyme dans la foule à l'individué d'un appareil administratif qui identifie chaque sujet où ce qui est commun à tous est volontairement oublié. Est-il possible de garder un espace de liberté ? Quelle marge de manœuvre devant ce processus déterministe ?

Nous tentons maintenant de mettre en œuvre l'hypothèse fractaquantique dans un contexte qui étend la mécanique quantique traditionnelle : l'Atome observateur et l'Atome observé sont à la même échelle.

Observateur et observé à la même échelle

La sérendipité est l'art de trouver ce que l'on ne cherche pas, savoir interpréter avec justesse le jaillissement d'un fait inattendu. Nous nous référons par exemple au livre de Pek van Andel et Danièle Bourcier (2009). Elle pose en particulier le problème de la mesure à une même échelle où l'on ne peut plus distinguer l'observateur de l'observé. On peut voir la sérendipité comme observation "en première personne", une approche introspective qui consiste (voir par exemple David Chalmers, 1999), à relater avec des mots son expérience consciente.

Nous cherchons à construire un modèle mathématique de la sérendipité en vue de lui donner une représentation abstraite de type "projection sur un sous-espace". Mais peut-on faire entrer la sérendipité dans le cadre du paradigme de la règle de Born ? Si la grande échelle est naturellement l'observateur qui remarque (ou pas !) le fait étonnant, quelle peut-être la petite échelle ? On pourrait tenter une description à deux échelles comme pour le vote présenté plus haut. Observons que l'Atome de la grande échelle est déjà sujet. L'Atome observé de la petite échelle devrait-il nécessairement être *a priori* microscopique relativement à cette première échelle, c'est à dire typiquement la cellule, voire une échelle encore plus petite ? Ce plongeon multi-échelles ne nous semble pas approprié devant un phénomène cognitif qui est de l'ordre d'une prise de conscience. Notons bien que nous ne cherchons pas ici à aborder *ab initio* la modélisation physique et chimique d'un tel processus cognitif, programme réductionniste de grande ampleur très loin de nos préoccupations de recherche.

Sans délaisser à tout jamais ce type de description en troisième personne au sens d'un sujet observateur et d'un objet observé, il nous semble approprié d'adopter le point de vue complémentaire développé dans les derniers travaux de Francisco Varela (1999) de "position en première personne". Il s'agit pour le sujet de décrire avec ses propres mots ce qui se passe lors du processus cognitif en cours. C'est typiquement ce que fait Murray Gell-Mann lorsqu'il décrit (1995) son lapsus vécu en début de carrière en 1952 lors d'un exposé au prestigieux Institute of Advanced Studies à Princeton. L'étude des particules "étranges" demandait de maîtriser la notion d'isospin

(variable notée traditionnellement I). Il écrit dans son livre *Le quark et le jaguar* : “La tradition voulait que les états de particules nucléaires eussent des valeurs de l’isospin demi-entières $I = 1/2, 3/2, \text{etc.}$ Je m’apprêtais à dire : “supposons qu’elles ont un isospin $I = 5/2$ ”. Ma langue fourcha et je dis : “supposons qu’elles ont un isospin $I = 1$ ”. Je m’interrompis aussitôt, en me rendant compte que $I = 1$ ferait l’affaire”. Avec le recul, on peut dire que ce lapsus sérendipitaire permet de transgresser un interdit social, issu dans le cas de Gell-Mann d’habitudes classiques au sein de la communauté des physiciens.

L’approche en première personne résulte du besoin pour les sciences cognitives d’une description par le sujet lui-même de ce qui s’est passé au cours d’une expérience, afin de faciliter l’interprétation des résultats obtenus par les techniques classiques, en troisième personne, comme par exemple l’imagerie neuro-cérébrale. La difficulté fondamentale, classique en sciences cognitives, est que le sujet de l’expérience est également l’objet de cette expérience. Revue dans le paradigme fractaquantique, la sérendipité pose en fait le problème de la mesure à une même échelle où l’on ne peut plus distinguer l’Atome observateur de l’Atome observé.

Un modèle mathématique de la sérendipité

Nous proposons un modèle mathématique de la sérendipité relatif à une observation en première personne issu des méthodes de la mécanique quantique. Cette approche mathématique n’utilise qu’un seul niveau d’échelle. Nous notons V l’espace de Hilbert de référence qui modélise une représentation des connaissances du sujet en suivant typiquement l’approche de Keith van Rijsbergen (2004) pour la recherche d’information. Rappelons que la sérendipité est le jaillissement de l’imprévu, et surtout son observation non banale.

Nous introduisons un événement qui surgit comme un vecteur modèle ψ qui n’appartient pas à l’espace V (voir la Figure 2). De cette façon, l’événement perturbateur est extérieur aux connaissances acquises par le sujet. On peut le supposer unitaire et il modélise l’observation d’une anomalie ou d’un lapsus, comme présenté plus haut avec Gell-Mann ou dans de nombreux exemples par Pek van Andel et Danièle Bourcier. Nous pouvons

représenter le vecteur ψ comme somme d'une part de sa composante $P\psi$ sur l'espace V des connaissances bien établies et d'autre part de sa composante $Q\psi$ de la nouveauté dans un espace orthogonal : $\psi = P\psi + Q\psi$.

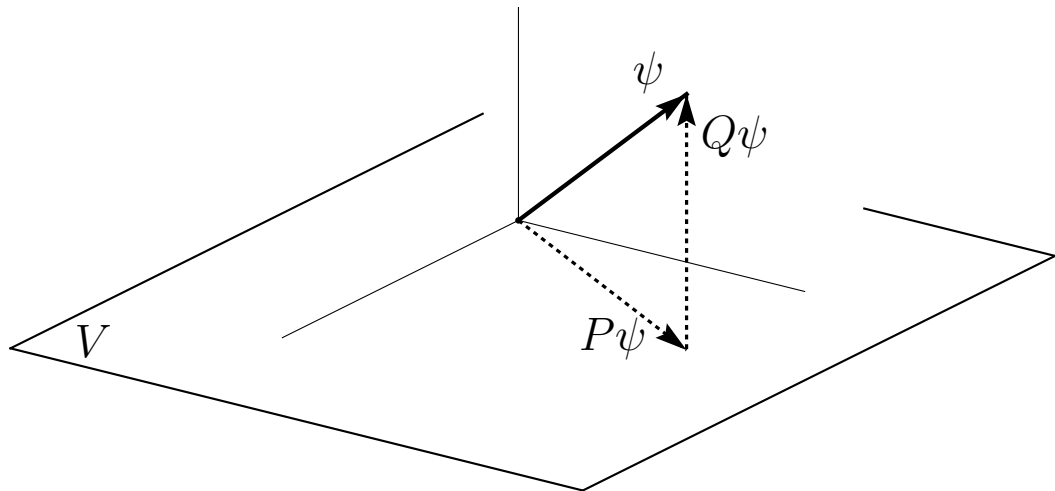


Figure 2. Modèle fractaquantique pour la sérendipité. L'observation d'un état ψ qui sort de l'espace V des connaissances déjà acquises par le sujet peut conduire à transformer -ou pas- cet espace de connaissances.

Dans la plupart des cas, que nous pouvons qualifier de “sérendipité négative”, le sujet ne prend pas en compte l'événement inattendu. C'est la réaction la plus courante ; on ne remet pas en cause des connaissances acquises petit à petit au fil des années et après beaucoup de travail par un simple fait qui “sort du cadre”. Pour le modèle mathématique où les probabilités se calculent avec une extension de la règle de Born, le cas de figure a lieu avec une probabilité égale au carré de la norme du vecteur $P\psi$. L'espace V reste inchangé. Le sujet n'est pas transformé puisqu'il n'y a pas interaction réelle avec l'inattendu et le vecteur $Q\psi$ est interprété comme une erreur de modèle.

Que se passe-t-il au contraire si l'observation surprenante est prise en compte, condition préalable à une “sérendipité positive” ? Dans ce cas, le sujet est capable d'intégrer l'événement ψ au sein de ses connaissances. Nous avons proposé d'étendre la règle de Born et de faire l'hypothèse que cette éventualité a lieu avec une probabilité égale au carré de la norme du vecteur $Q\psi$. Dans ce cas, l'espace des connaissances du sujet est modifié ;

un nouvel espace $V'(\psi)$ est créé pour intégrer la nouvelle information*. L'expérience transforme le sujet, ainsi qu'en témoigne Murray Gell-Mann (1994) par ces quelques mots : "me rendant compte". Edgar Morin dans le tome 2 de *La Méthode* (1980), exprime ce processus avec sa plume magnifique : "le surgissement de la contradiction opère l'ouverture soudaine d'un cratère dans le discours sous la poussée des nappes profondes du réel".

On notera enfin que ces deux cas de prise en compte ou pas de l'inattendu se complètent logiquement, et ceci est une conséquence directe du théorème de Pythagore. Nous renvoyons à la contribution originale (2011) pour une première analyse de difficultés liées au modèle présenté ci-dessus.

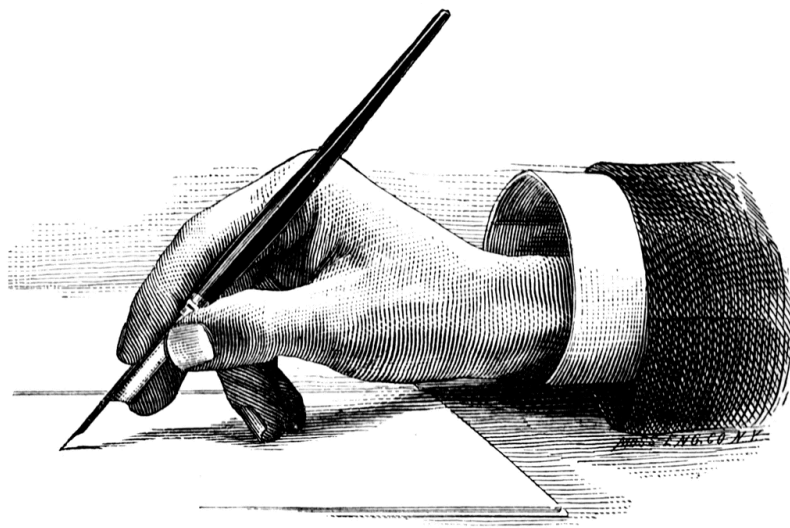


Figure 3. L'écriture est-elle un processus de mesure quantique ? Illustration extraite du traité de Albert Ellery Berg (1883).

Écriture

Nous voulons enfin illustrer le processus de mesure multi-échelles en essayant d'interpréter le jaillissement créateur de la parole ou de l'écriture comme une mesure fractaquantique, véritable réduction du paquet d'ondes. Avant l'écriture, il y a la rêverie, la mélancolie, la folie de la pensée libre, le délire, le possible, le potentiel. En tout cas quelque chose de l'ordre de

* Ce nouvel espace $V'(\psi)$ est la somme algébrique de V et de la droite $\langle \psi \rangle$ engendrée par ψ : $V'(\psi) = V + \langle \psi \rangle$.

l'intime qui emplit l'univers de l'auteur. Une évolution libre, sans aucune contrainte de nature sociale, avec un possible "continu" qui a, disons, la taille de l'imaginaire. La question est de savoir s'il est possible de décrire ce qui se passe au fond de l'être de l'écrivain au cours de l'acte d'écrire. Laissons leur la parole.

Le résultat de l'écriture ne semble pas connu avant le fait d'écrire. Ainsi en témoigne Marguerite Duras dans *Écrire* (1993) : "L'écriture c'est l'inconnu. Avant d'écrire, on ne sait rien de ce qu'on va écrire. Et en toute lucidité. C'est l'inconnu de soi, de sa tête, de son corps. Ce n'est même pas une réflexion, écrire, c'est une sorte de faculté qu'on a à côté de sa personne, parallèlement à elle-même, d'une autre personne qui apparaît et qui avance, invisible, douée de pensée, de colère, et qui quelquefois, de son propre fait, est en danger d'en perdre la vie". Ou dans le même ouvrage, "Si on savait quelque chose de ce qu'on va écrire, avant de le faire, avant d'écrire, on n'écrit jamais. Ce ne serait pas la peine". Nous pouvons aussi lire Louis Aragon (1969) : "Je crois qu'on pense à partir de ce qu'on écrit et pas le contraire". Ou bien Julien Gracq (1980) : "Pour moi, être écrivain, c'est découvrir patiemment, au fil des années, la seconde personne qui vit en nous, et un monde qui secrète notre seconde vie". Pierre Bourdieu, cité par Sylvie Müller et Thierry Opillard (2008) : "Quand je ne sais pas ce que je pense, j'écris". Nous retiendrons aussi l'optimisme de Roland Barthes (1973) : "L'enjeu du travail littéraire (de la littérature comme travail), c'est de faire du lecteur, non plus un consommateur, mais un producteur de textes".

L'observateur d'un écrit est simplement le lecteur, l'observateur d'un morceau de musique l'auditeur, *etc.* Dans d'autres contextes, comme "lecteur-auteur", "auditeur-musicien", "musicien-compositeur", "voyant-vu", "thérapeute-patient", "analyste-analysant", "récepteur-émetteur", *etc.* la relation observateur-observé s'explicite sans difficulté. L'important ici, dans l'approche multi-échelle, est que l'observateur peut être un individu tout à fait arbitraire (interchangeable !) au sein de la société de référence prise dans son ensemble. L'acte d'écrire suppose l'acceptation des règles de la lecture ou de l'interprétation musicale pour rester dans un champ ouvert. Un texte recevable d'un point de vue social est un ensemble discret de signes

et de symboles soumis à des contraintes précises. Nous pensons aux règles de grammaire et d'orthographe pour un texte littéraire, aux conventions de l'écriture musicale pour un morceau de musique, à une phrase audible et compréhensible par le psychanalyste pour une parole exprimée sur le divan du thérapeute, *etc.*

Nous proposons de considérer un texte lisible par tous comme une valeur propre d'un opérateur de mesure. L'opérateur de projection sur le vecteur propre correspondant est une caractéristique de l'observateur. Dans le cas présent l'observateur est l'ensemble de la société de référence, caractérisée par un *corpus* de connaissances partagé par les acteurs sociaux, à savoir les règles de l'orthographe, la grammaire, la versification, *etc.*

Signalons une exception fort intéressante, limite extrême constituée par le *Codex Seraphinianus* de Luigi Serafini (1981). Il s'agit d'une véritable encyclopédie de plus de quatre cents pages écrite avec un alphabet mystérieux. Il ne reste que l'énigme de la langue inconnue, le vide social devant un texte incompréhensible pour quelqu'un qui dispose d'une bonne culture générale. Si l'auteur ne donne pas le code permettant de lire son texte, une "Pierre de Rosette", où une partie du texte est en clair, permet de lire l'ensemble de proche en proche. À cet exemple extrême d'un texte sans référent social, nous pouvons opposer l'idée de renforcer les règles de la langue existante. Grâce à la versification ou même de nouvelles contraintes formelles. On peut se référer à l'Ouvroir de littérature potentielle, plus connu sous le nom de "Oulipo". Groupe de travail fondé par François Le Lionnais et Raymond Queneau en 1960, son but est d'inventer de nouvelles contraintes pour l'écriture. Raymond Queneau le définit dans *La littérature potentielle* (1973) : "Nous appelons littérature potentielle la recherche de formes et de structures nouvelles qui pourront être utilisées par les écrivains de la façon qui leur plaira". Les règles supplémentaires oulipiennes renforcent les contraintes et imposent plus de créativité. Par exemple le non emploi de la lettre "e", une règle proposée par Georges Perec lors de son long séjour au Moulin d'Andé et diffusée avec son roman *La disparition* (1969). Avec une écriture oulipienne, les règles sociales de la grammaire, l'orthographe ou la versification sont mises en exergue.

Le cas de la confrontation observateur-observé est particulièrement subtile pour l'émergence de la parole, de l'écriture ou de la musique. En effet, l'observé est l'auteur juste avant l'acte de dire, d'écrire ou de composer, alors que le premier observateur est ce même auteur en train de s'écouter, de se lire ou d'interpréter ce qui vient d'être déposé sur le papier. La réduction du paquet d'ondes, la mesure quantique, fige la parole dans l'oreille du psychanalyste, le texte sur la feuille de papier, la musique dans la mémoire humaine dans le cas des musiques traditionnelles, *etc.*

On peut maintenant tenter de définir le projecteur quantique associé à la règle de Born. Dans ce cas, l'Atome macroscopique, l'observateur B , la société définit l'opérateur de mesure A , la langue pour notre exemple. Le résultat de la mesure est un élément du spectre de A , en général discret. L'Atome microscopique observé ℓ est modélisé par un vecteur qui se décompose sur les vecteurs propres de l'opérateur A . Le résultat de l'écriture est un vecteur propre φ_λ de A , une phrase cohérente de la langue. La pensée de l'auteur se projette sur le langage au moment de l'écriture. Nous en tirons une interprétation explicite de l'espace de Hilbert où a lieu la décomposition spectrale comme le "continuum des pensées". La règle de Born exprime que la probabilité d'écrire la phrase φ_λ pour une pensée ℓ est égale au carré du produit scalaire de ℓ par φ_λ . Elle permet de relier la pensée continue et le langage discret.

L'approche fractaquantique fournit un modèle pour décrire le jaillissement de la parole ou de l'écriture. La règle de Born propose dans ce cas un cadre mathématique pour relier pensée continue et langage discret. Il importe de confronter et d'étendre ce travail sur ce lien entre écriture et mesure quantique, magnifiquement illustré par Marguerite Duras : "Avant d'écrire, on ne sait rien de ce qu'on va écrire". L'émergence de la pensée et de la conscience reste un thème très vaste de recherche, abordé entre autres par Francesco Varela (1988), Roger Penrose (1989) et Claire Petitmengin (2006).

Questions

Nous n'avons pas parlé dans ce chapitre d'une micro-échelle chimique comme la molécule relativement à une macro-échelle biologique ou bien

d'une micro-échelle biologique comme la cellule relativement à une macro-échelle animale ou humaine. Autant de questions possibles et les premières qui viennent à l'esprit peuvent s'exprimer ainsi : comment une cellule mesure-t-elle ses constituants ? *Quid* de la perception que peut avoir une cellule des molécules qui la composent ? Ou bien : est-il possible de mesurer l'état de certaines variables d'une de nos cellules ? *Quid* de la perception d'un homme de ses propres cellules ? En conséquence, la notion de perception entre deux Atomes devrait pouvoir être définie avec plus de précision dans des travaux à venir. Enfin, Philippe Kourilsky (2014) évoque fugitivement l'émergence d'une "biologie des quanta" où l'atome organisateur n'est plus le gène, mais une structure liée aux réseaux complexes et qui reste à définir.

-7- Spectre

“Dans l’espèce humaine l’influence du climat ne se marque que par des variétés assez légères, parce que cette espèce est une, et qu’elle est très-distinctement séparée de toutes les autres espèces ; l’homme, blanc en Europe, noir en Afrique, jaune en Asie et rouge en Amérique, n’est que le même homme teint de la couleur du climat [...]”. Que rajouter au sujet de l’universel humain après avoir lu ce texte brillant de Georges-Louis Leclerc, comte de Buffon, tiré de son *Histoire naturelle* (1749-1804) ?

Nous explorons dans ce chapitre un aspect important de l’hypothèse fractaquantique. Nous rappelons d’abord quelques éléments fondamentaux sur le spectre d’énergie des atomes. Puis nous formulons une hypothèse sur les niveaux d’énergie humains, avec en particulier l’état fondamental, l’état amoureux et l’état mystique. La structure fine permet d’individuer cette structure générale, avec l’effet de l’environnement mais aussi les caractéristiques propres pour chaque sujet. Enfin, nous posons la question de savoir ce que peut, ce que peuvent être le boson ou les bosons d’échange entre les divers niveaux d’énergie.

Spectre d’énergie

On sait que les atomes classiques de la physique microscopique sont décrits, dans la théorie de Bohr, par leur spectre d’énergie. Ce sont les valeurs propres de l’opérateur hamiltonien qui pilote l’équation de Schrödinger introduite au second chapitre. Ainsi un électron, qui compose avec un proton l’atome d’hydrogène ne peut occuper que certains états d’énergie de niveau bien fixé. Lors d’un changement de niveau d’énergie, un photon de lumière, un boson d’interaction, est émis ou absorbé par l’atome. Le spectre lumineux associé à ces transitions révèle la présence des divers niveaux d’énergie et en définitive de l’ensemble de l’atome.

On sait aussi qu’un des grands succès de la physique quantique est d’avoir pu calculer avec une très grande précision ce spectre de lumière, véritable

signature de la structure atomique. À l'ordre le plus fondamental, les interactions au sein d'un atome se réduisent au champ électrostatique qui attire les charges positives du noyau et les charges négatives des électrons. Dans l'approche de la mécanique quantique, on injecte cette interaction électrostatique ainsi que l'énergie cinétique des électrons au sein d'un opérateur hamiltonien H . Puis on résout le problème spectral : chercher des couples (énergie, fonction d'onde), ou (E, ψ) avec une notation algébrique, pour satisfaire à l'équation de Schrödinger stationnaire*.

La résolution exacte pour l'atome d'hydrogène ou approchée dans les autres cas de cette équation spectrale permet le calcul des niveaux d'énergies discrètes $E = \varepsilon_n$ (la lettre n désigne un nombre entier, $n = 0, 1, 2$, etc.) accessibles à l'atome et les fonctions propres associées†.

On sait qu'un atome est, du point de vue quantique, bien décrit par ses niveaux d'énergie : un niveau fondamental $|0\rangle$, un premier niveau excité $|1\rangle$, un second noté $|2\rangle$, etc. Quand l'atome passe du niveau zéro au niveau un, c'est à dire du niveau d'énergie ε_0 au niveau d'énergie ε_1 , il absorbe l'écart d'énergie correspondant, avec une onde de fréquence ν selon la relation $h\nu = \varepsilon_1 - \varepsilon_0$, où h est la constante de Max Planck. Quand l'atome passe du niveau $|1\rangle$ au niveau fondamental $|0\rangle$, il réémet une onde de fréquence ν selon la même relation $h\nu = \varepsilon_1 - \varepsilon_0$, comme décrit à la Figure 1.

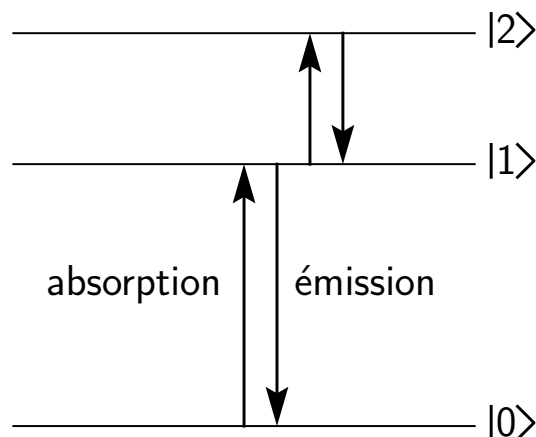


Figure 1. Niveaux d'énergie d'un atome.

* Nous avons introduit au second chapitre cette relation spectrale $H\psi = E\psi$.

† Les sous-espaces propres plus exactement.

Le spectre d'un Atome et surtout son universalité ont été mis en exergue par Lothar Schäfer (2005) qui présente le spectre comme une succession d'états virtuels. Observons que l'énergie, les écarts d'énergie des niveaux atomiques, et par extension des niveaux d'excitation de l'Homme, sont de même nature que l'énergie mécanique d'un moteur. Il s'agit d'un concept physique bien compris depuis les travaux pionniers de Sadi Carnot (1824) et Josiah Gibbs (1902) au dix-neuvième siècle. Comme pour un atome microscopique, un Atome peut occuper des états excités de son spectre s'il absorbe un quantum d'action avec une énergie asservie à la transition associée. Si on se donne un système quantique à deux niveaux, on peut mettre en œuvre l'effet laser, imaginé par Albert Einstein dès 1917. Suivant cette idée, Andrei Khrennikov a proposé (2015, 2019) la notion de "laser social" et a identifié l'effet laser dans divers comportements sociologiques. Nous avons proposé avec Christian Miquel (2014) de décrire ce qui nous semble être les principaux états du spectre de l'homme, considéré comme un Atome.

Niveaux d'énergie de l'être humain

Niels Bohr (1929*) nous parle du psychisme : "On a souvent soutenu qu'une étude détaillée des processus du cerveau, étude assurément irréalisable, mais cependant imaginable, révélerait un enchaînement causal qui offrirait une représentation univoque des impressions psychiques teintées de sentiment. Mais cette expérience idéale apparaît sous un jour nouveau depuis que la découverte du quantum d'action nous a enseigné qu'il n'est pas possible d'établir en détail la suite causale des processus atomiques, ni d'obtenir une connaissance de ces derniers sans une perturbation essentiellement incontrôlable de leurs cours."

De la même façon que Buffon nous décrit l'homme, quel que soit le continent, comme le même être humain teint de la couleur du climat, nous pensons que les niveaux d'énergie de l'Atome "être humain" ont une structure universelle. Notre expérience propre confrontée à l'expérience relatée par les autres femmes et les autres hommes nous conduisent à postuler un

* page 94 de l'édition française de son livre *La théorie atomique et la description des phénomènes*.

modèle simple, calqué sur la structure du spectre atomique. Ainsi, ces états excités peuvent être occupés durant des périodes de temps tout à fait notables. Mais de même qu'un atome se désexcite et retombe à son état fondamental, le sujet repasse du niveau supérieur à l'état naturel. Les états d'énergie plus élevée n'ont pas disparu ; ils sont simplement disponibles pour une nouvelle occupation, un nouveau changement d'état quantique. Comme le souligne Lothar Schäfer (2005), un spectre quantique n'indique qu'un potentiel, un possible. Tant qu'un état donné d'énergie n'est pas occupé, il n'est pas réalisé, il n'est pas "réel".

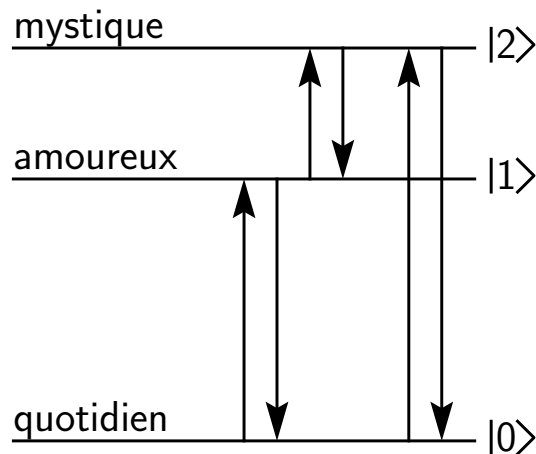


Figure 2. Une structure possible pour les trois premiers niveaux d'énergie de l'être humain et les transitions associées.

État fondamental

Nous pensons qu'il existe d'abord l'état fondamental, état du quotidien, noté $|0\rangle$ par analogie avec le spectre d'un atome et nous le nommons parfois "état ordinaire agité". Nous admettons que la vie quotidienne, avec ses joies et ses peines, ses désirs et ses frustrations, correspond à autant de modulations d'un état fondamental. Cet état fondamental se définit dans une première approche par rapport à tous les états de plus grande excitation : ce sont les états courants de la vie quotidienne, faits d'excitations instables et soumis aux échanges d'énergie effectués à chaque moment avec le monde extérieur, sans que le sujet ordinaire en ait forcément conscience.

Nous nous intéressons ensuite aux états d'excitation qui font sortir de cet état fondamental.

État amoureux

Nous faisons l'hypothèse que le premier état excité $|1\rangle$ est l'état amoureux. En suivant la relation $\varepsilon_1 - \varepsilon_0 = h\nu$, il "donne de l'énergie", place la personne dans un état très particulier de sur-énergie ε_1 par rapport à l'état fondamental d'énergie ε_0 . Nous l'avons tous éprouvé et savons qu'après un certain temps, le temps de la passion, l'être humain revient de l'état amoureux à l'état ordinaire.

L'état amoureux a été décrit par toutes les cultures depuis la nuit des temps. En écrivant ces lignes, nous pensons aux livres de Christian Bobin (1989, 1992), à Alain de Botton (1993), à Pierre de Ronsart (1555) : "Mignonne allons voir si la rose...". Pour la déception amoureuse, le fait de rester dans cet état $|1\rangle$ alors que l'autre n'adhère plus à la relation, nous renvoyons aux œuvres des poètes, aux chanteurs populaires avec par exemple "Mon amant de Saint Jean" (Léon Angelliaume et Émile Carrara, 1942) ou "L'Écharpe" de Maurice Fanon (1963).

État mystique

Enfin, notre proposition est de ne pas arrêter la description quantique aux deux états décrits plus haut, l'état fondamental et l'état amoureux. Nous pensons que l'état mystique peut être considéré comme "second état excité" de l'être humain et nous le notons $|2\rangle$ (voir la Figure 2). L'expérience de l'état mystique est plus rare que celle de l'état amoureux. Elle est décrite de façon fort poétique dans la culture chrétienne par Thérèse d'Avila ("Le château de l'âme", 1577) ou Jean de la Croix ("La nuit obscure", 1584), chez les poètes soufis comme Ibn'Arabi (1165-1240) et par nos contemporains comme Jiddu Krishnamurti (1928), Arnaud Desjardins (1987) ou Eckhart Tolle (1997). Surexcitation des sens et de l'intelligence conceptuelle, il peut donner au sujet une impression de toute puissance. L'état mystique est pour nous un état aussi naturel que l'état amoureux. Mais les états excités finissent par ne plus être occupés de façon active et le sujet retombe de ce niveau de grande excitation au niveau fondamental. Comme l'état

amoureux, l'état mystique est limité dans le temps et Jean de la Croix parle de "nuit obscure" pour décrire ce choc du retour à l'état ordinaire.

Structure fine

Cette structure de spectre discret posée, la physique nous apprend qu'une "structure fine" existe pour chaque état. Chaque niveau d'énergie se sépare en une multiplicité de sous-niveaux d'énergie très voisine. L'écart d'énergie entre les sous-niveaux qui composent cette structure fine est beaucoup plus faible que la différence $\varepsilon_1 - \varepsilon_0$ entre le niveau fondamental et le premier niveau excité. Nous savons que le spectre d'un atome est le résultat de son énergie cinétique propre et de l'énergie électromagnétique d'interaction. Si on soumet maintenant un atome à un champ magnétique extérieur, son spectre est modifié. Plus précisément, le champ électromagnétique ne se réduit plus au champ électrostatique initial entre le noyau et les électrons : le hamiltonien est enrichi par un nouveau terme et on doit résoudre maintenant une équation modifiée* pour calculer le spectre de l'atome. La méthode des perturbations suppose "la modification de l'énergie d'interaction petite devant l'énergie non perturbée". Elle permet de mener à bien, de façon formelle et itérative, le calcul de l'énergie perturbée quand la force de la perturbation ne remet pas en cause la structure globale du spectre initial. Si la perturbation est importante, il faut reprendre toute l'étude du spectre, comme par exemple avec l'atome habillé de Claude Cohen-Tannoudji et ses collègues (1988) qui permet de rendre compte plus simplement que le modèle de Bohr du spectre d'un atome dans un champ extérieur de radio-fréquences.

Toujours avec la même analogie, nous proposons qu'une succession d'états d'énergie ε_j compose en fait le niveau fondamental $|0\rangle$ de l'être humain. Ainsi, les divers sentiments, la colère, la tristesse, les désirs, *etc.* sont autant de "sous-états excités" de l'état fondamental. On sait qu'une colère demande de l'énergie, puis retombe. Même chose pour les désirs et leur assouvissement, la tristesse ou la peur.

* Si H désigne le hamiltonien initial du système quantique et W la perturbation énergétique du système quantique, le problème spectral du calcul de l'énergie s'écrit maintenant $(H + W)\psi = E\psi$.

La structure fine de l'état fondamental de l'être humain est-elle caractéristique de l'ensemble du potentiel de son psychisme ? De ses désirs, ses troubles, ses joies ou ses douleurs ? Ou plus exactement l'aptitude à désirer ou à sombrer dans la mélancolie. Ainsi, on peut être ou ne pas être amoureux, être ou pas dans une excitation d'ordre mystique, etc. De façon analogue, la structure fine de l'état fondamental du quotidien décrit-elle la joie de vivre ou la souffrance ? Est-elle figée dans le temps ou peut-elle évoluer au cours de la vie ? Dans les deux cas, elle se présente comme une vraie spécificité de l'individu, avec des états potentiels qui rendent possible une dynamique, alors que l'information biologique du génome est *a priori* statique.

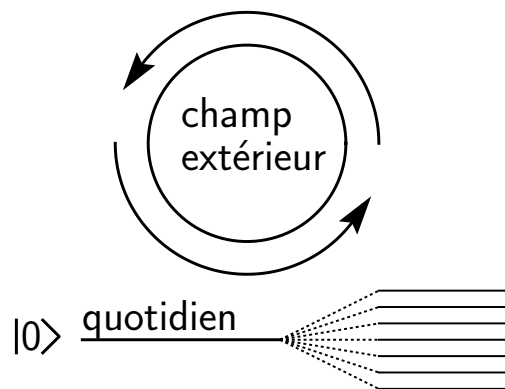


Figure 3. Niveaux d'énergie de l'Homme : structure fine en présence d'un champ extérieur

En présence d'un champ extérieur, de nature climatique, économique ou sociale, pour ne citer que des exemples très génériques, nous faisons l'hypothèse que le spectre est perturbé. Le niveau fondamental se divise en sous-niveaux (voir la Figure 3). Comment cette structure fine du spectre humain peut-elle être caractérisée ? Est-elle uniquement fonction du champ extérieur ? On peut alors concevoir qu'un individu arbitraire verra son spectre d'énergie, d'excitations, de désirs, modifié de manière universelle si on le transporte d'un climat à un autre, d'un milieu économique à un autre, d'un milieu social à un autre. Si nous supposons que la structure fine, porteuse des désirs et des aspirations à changer de l'être humain, est universelle, on doit pouvoir la mettre en évidence. En effet, tout comme pour la médecine, elle ne dépend pas du sujet et elle est cohérente avec l'hypothèse

d'indiscernabilité des Atomes. Il est raisonnable de faire cette hypothèse pour les perturbations extérieures dues à l'environnement.

On peut faire aussi l'hypothèse que des caractéristiques individuelles créent un champ intérieur qui perturbe le spectre d'énergie. Nous pensons par exemple aux spécificités biologiques comme le pour cent d'altérité du génome et à l'histoire familiale de chacun, comme le milieu social ou la position dans la fratrie. Tous ces facteurs créent une perturbation qui induit une structure fine du spectre d'énergie, c'est à dire une véritable caractéristique du sujet.

La structure fine reste cachée *a priori* à l'observateur extérieur. Seules les transitions énergétiques entre niveaux, les sautes d'humeur apparaissent dans le monde sensible. Tout comme la lumière émise et absorbée par les atomes, qui s'explique depuis Bohr avec des niveaux discrets d'énergie occupés par l'électron.

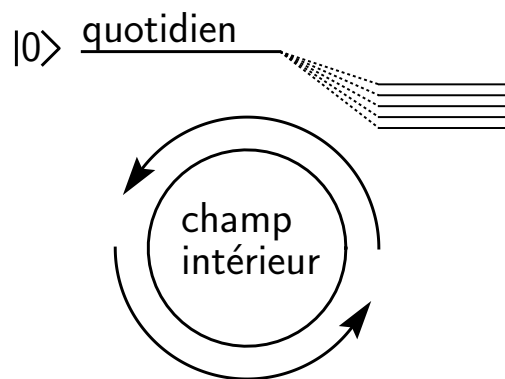


Figure 4. Niveaux d'énergie de l'être humain : structure fine liée aux différences biologiques et historiques de l'individu par rapport à ses semblables.

Nous imaginons donc la structure fine du spectre humain avec deux origines : externe et interne. Externe, nous pensons qu'elle révèle les différences de l'environnement. Interne, elle porte le potentiel d'individuation intrinsèque du sujet, suite à ses différences biologiques actées par exemple par le génome et toutes les contraintes qui résultent de l'histoire de chacun. On peut supposer en première approximation que le champ intérieur ne varie pas au cours du temps. Par contre, des variations notables

de l'environnement comme le climat, le milieu social, une culture individualiste ou fondée sur la partage par exemple, doivent modifier ces états potentiels du psychisme, comme l'illustre la Figure 5.

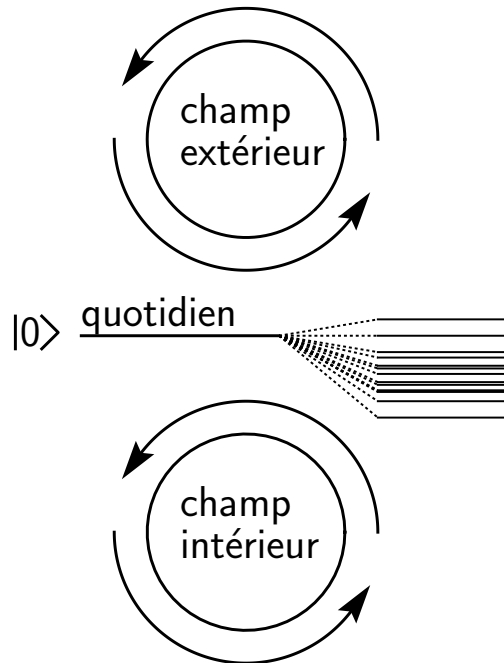


Figure 5. Niveaux d'énergie de l'être humain : la structure fine globale du spectre caractérise l'individu individué dans son environnement.

Altérité

Ainsi, la structure fine de l'état fondamental $|0\rangle$ est variable avec l'individu, est une fonction du sujet, une caractéristique propre à chacun. Contrairement au cas de deux électrons, on sait bien que deux êtres humains ne sont pas complètement interchangeables. Ils sont différents et ont leur individualité propre. Cette seconde alternative complexifie bien sûr le problème de la connaissance précise du spectre humain. Cette structure fine est-elle issue de l'histoire biologique de l'individu ? Dans ce cas, il est concevable que le "un pour cent" de variabilité du génome évoquée au chapitre 4 se déploie au sein de cette structure fine. Cette spécificité du spectre de chaque individu est-elle permanente tout au long de la vie de la personne ?

Supposer une structure fine spécifique au sujet a l'avantage de réintroduire l'individuation là où l'hypothèse fractaquantique a imposé l'indiscernabilité entre Atomes d'une même famille. Deux humains dans une foule

sont interchangeable et leurs aspirations individuelles, la structure de leurs besoins et de leurs désirs sont invisibles à cette échelle. Deux individus épanouis au contraire pourront mettre en exergue leurs différences sans être réduits au rôle prédéfini par la position qu'ils occupent dans la société.

Un boson pour le psychisme ?

Après avoir étudié la structure fine du niveau fondamental quotidien, nous nous demandons comment le passage de cet état quotidien à l'état amoureux ou mystique peut entrer dans le cadre de l'approche quantique. Nous avons identifié trois niveaux d'énergie qui structurent le psychisme humain. Nous partons de l'état quotidien agité, de l'état psychique ordinaire de la vie de tous les jours, des échanges sociaux. Avec un apport d'énergie substantiel, un boson d'échange, on passe à l'état amoureux, puis au-delà à l'état mystique. Comme toujours en mécanique quantique, la relation entre les niveaux d'énergie s'effectue par des sauts discrets, des transferts avec une énergie bien déterminée, en suivant la relation $\varepsilon_1 - \varepsilon_0 = h\nu$.

Afin de prolonger l'analogie entre système atomique et psychisme humain, développer notre tentative de spectroscopie du psychisme humain, nous devons partir à la recherche de ce boson d'interaction entre les niveaux d'énergie du psychisme. Cette transition se fait de façon brutale en général. C'est le fameux coup de foudre, dont le nom rappelle l'échange de lumière au sein du système atomique.

Quel est ce boson qui permet de sauter d'un niveau d'énergie à un autre ? De l'énergie bien sûr. Est-il lié au "chi" de la tradition chinoise ? Compte tenu de la structure très complexe de l'être humain, il ne faut probablement pas chercher cet échange d'énergie dans l'électromagnétisme pur comme pour les atomes. Toutefois, nous sommes prudents et restons dans le doute sur la nature physico-chimique de ce lien entre niveaux d'énergie, intercesseur qui transforme l'état d'être en profondeur. On sait que l'information biologique peut être transmise de multiples façons, par un courant électrique (Jean Delay, 1950) ou par des réactions chimiques complexes (voir par exemple Minh-Thu Dinh-Audouin *et al.*, 2015). Elle est régulée et on peut lui appliquer les méthodes de la cybernétique (Henri Atlan, 1972). Ce boson peut être de nature physique, biophysique, chimique ou purement

électromagnétique.

Il est important de poursuivre cette recherche et confronter la structure générale proposée par la fractaquantique et la réalité expérimentale des états psychiques tels que décrits par la science actuelle comme la psychiatrie, la psychologie, les sciences cognitives ou la sociologie. En particulier, l'idée du laser social d'Andrei Khrennikov avec émission stimulée entre deux états quantiques doit pouvoir se décliner pour l'être humain. Qu'est-ce que l'effet laser pour le psychisme ?

-8- Intrication

“Si toutes les prédictions de la mécanique quantique sont correctes (même pour des systèmes constitués de plusieurs particules éloignées) et si la réalité physique peut être décrite dans un cadre local (ou séparable), alors la mécanique quantique est nécessairement incomplète : il existe dans la nature des “éléments de réalité” qui sont laissés de côté par cette théorie”. Cet énoncé proposé par Franck Laloë (2011) formule le “théorème EPR”, lui-même conséquence de l’existence d’états entrelacés.

Nous étudions d’abord la notion d’état intriqué, prenons le temps de décrire l’expérience d’Alain Aspect et posons la question de la décohérence. Ensuite, les développements de la cryptographie et de l’ordinateur quantiques débouchent sur de nombreuses recherches sur les états macroscopiques intriqués. Nous utilisons l’hypothèse fractaquantique pour nous intéresser à la division cellulaire et à l’embryologie qui introduit la notion d’intrication faible. Nous l’appliquons pour l’acupuncture et proposons une représentation des méridiens. Enfin, nous évoquons la possibilité d’intrication entre deux êtres humains.

État intriqué

Comme rappelé dans l’introduction, la notion d’état intriqué fait suite à l’interrogation posée par Albert Einstein, Boris Podolsky et Nathan Rosen, les trois célèbres auteurs “EPR”, en 1935 : la théorie quantique est-elle complète ? Ces physiciens, et par la suite David Bohm (1951) avec l’hypothèse des “variables cachées”, imaginent une “Gedanken Experiment”, une expérience de pensée, avec “deux éléments d’un système ayant interagi dans le passé...” qui se retrouvent ensuite avec des positions clairement distinctes d’un point de vue macroscopique. Forment-ils encore un seul et unique système, ce que suppose la théorie quantique, ou bien forment-ils deux systèmes séparés comme l’indique l’évidence d’une double localisation géométrique ? Dans ce cas, on parle d’état intriqué, à la fois composé de deux éléments clairement discernables dans l’espace mais représentés

dans le modèle quantique par une fonction d'onde indécomposable entre ses deux constituants. Enfin, la question est de savoir si la mécanique quantique donne une description complète du monde, idée défendue par Niels Bohr (1935), ou si, avec Einstein, Podolsky et Rosen, elle doit être complétée.

Une analyse détaillée des corrélations associées à une configuration classique délocalisée a été proposée par John Bell en 1964. En conséquence, les “inégalités de Bell” montrent qu’une expérience précise est possible pour tester si les deux composantes de l’Atome délocalisé restent corrélées ou non lorsqu’elles occupent des positions spatiales différentes. Quand une mesure se produit, la réduction du paquet d’onde de l’approche quantique prédit que le photon délocalisé reste unique et répond de manière globale même s’il occupe deux positions spatiales séparées ! Il y a un problème naturel de confrontation d’un tel point de vue avec le réalisme d’Einstein et en particulier la théorie de la relativité qui établit qu’aucune interaction ne peut se propager à une célérité supérieure à celle de la lumière.

Cette non localité potentielle des Atomes est appelée “holisme quantique” par Michel Bitbol (2005), afin de répondre à ce paradoxe qui met en doute les idées fondamentales de géométrie et d’existence de la matière en un point de l’espace et du temps.

L’expérience avec deux photons intriqués a été proposée et réalisée avec un grand succès par Alain Aspect, Philippe Grangier et Gilbert Roger (1982). Le résultat montre que la mécanique quantique donne la bonne prédiction ; les inégalités de Bell peuvent ne pas être satisfaites par l’expérience, même si selon Aspect (2005), “dans de nombreuses autres situations, les inégalités de Bell ne sont pas violées”.

Expérience d’Aspect

Deux photons intriqués v_1 et v_2 sont émis dans deux directions opposées dans la désexcitation d’un atome de calcium. Des mesures de polarisation sont faites sur les deux photons de façon indépendante, avec des écarts temporels tellement faibles qu’ils interdisent à un rayon lumineux d’avoir le temps de se propager entre les deux polariseurs.

Les atomes intriqués proposés par EPRB* sont remplacés par des photons intriqués. Un tel système est modélisé par une fonction d'onde qui ne peut pas s'écrire sous la forme d'un produit tensoriel de ses deux composantes†. En effet, après avoir interagi, les photons φ_a et φ_b sont bien séparés spatialement ; plusieurs mètres par exemple dans l'expérience d'Aspect. Nous renvoyons à ce sujet à une photographie du laboratoire où s'est déroulée l'expérience originale, disponible dans une publication postérieure d'Alain Aspect et Philippe Grangier (2005). On mesure l'un des photons. Que se passe-t-il pour l'autre ? En physique quantique, φ_a et φ_b sont deux constituants algébriques (apparences ?) d'un même "objet élémentaire" ψ . Vu d'un point de vue macroscopique, mesurer l'un des photons modifie instantanément par projection l'état global du système ψ , donc modifie immédiatement l'autre photon.

D'un point de vue quantitatif, on peut considérer que deux polarisations a et b sont possibles pour les photons φ_a et φ_b . Notons alors $P_{\pm\pm}(a, b)$ la probabilité d'obtenir la réponse ± 1 avec le polariseur a pour le photon φ_a et la réponse ± 1 avec le polariseur b pour l'atome φ_b . Dans un calcul qui précise celui de John Bell, John Clauser, Michael Horne, Abner Shimony et Richard Holt (1969) proposent de considérer l'expression quelque peu compliquée S^\ddagger . Un calcul classique des probabilités§ montre que l'on a nécessairement les inégalités de Bell qui s'écrivent $-2 \leq S \leq 2$. Le calcul à l'aide des méthodes de la mécanique quantique montre au contraire que la valeur absolue $|S|$ peut atteindre la valeur $2\sqrt{2} \approx 2,818$, mais ne doit

* Cet acronyme réunit les travaux d'Einstein, Podolsky et Rosen, EPR, et la contribution de Bohm ; voir à ce sujet le titre de l'article original d'Alain Aspect, Philippe Grangier et Gérard Roger (1982).

† Si φ_a et φ_b sont les fonctions d'ondes des constituants indépendants, la fonction d'onde ψ du système enchevêtré n'a plus la forme $\psi = \varphi_a \otimes \varphi_b$ d'un simple produit tensoriel et mélange les deux états de façon plus intime.

‡ L'expression de la grandeur S est d'abord définie à l'aide de $E(a, b)$ qui est la différence entre les probabilités d'avoir des résultats identiques et des résultats différents ; $E(a, b) = P_{++}(a, b) + P_{--}(a, b) - P_{+-}(a, b) - P_{-+}(a, b)$. Puis on pose $S = E(a, b) - E(a, b') + E(a', b) + E(a', b')$.

§ Le calcul des probabilités selon la théorie d'Andreï Kolmogorov (1933) est enseignée de manière universelle dans les cours de probabilités.

pas la dépasser. La prédiction quantique autorise l'inégalité non classique $|S| > 2$. Dans ce cas, une prédiction classique est mise en défaut de façon expérimentale !

L'expérience cruciale consiste à mesurer la grandeur S à partir de corrélations empiriques. Cette expérience très délicate a été mise en œuvre avec succès par Alain Aspect et ses collaborateurs. Pour un écart angulaire de 22,5 degrés entre les polariseurs, les résultats de l'expérience d'Aspect montrent que $S_{\text{mesuré}} = 2,697 \pm 0,015$. Comme il le dit lui-même (2005), on observe une violation des inégalités de Bell par "plus de 40 fois l'erreur de mesure". On a là une confirmation éclatante des prédictions de la mécanique quantique et l'existence de systèmes quantiques intriqués est démontrée expérimentalement.

Décohérence

Néanmoins, la principale difficulté de ces expériences de micro-physique est due à la décohérence, étudiée théoriquement par Heinz-Dieter Zeh (1970) et Wojciech Zurek (1982), avec une analyse détaillée de l'interaction microscopique - macroscopique lors de la mesure, c'est à dire la "réduction du paquet d'ondes". L'idée est qu'il n'existe pas de système quantique (microscopique) parfaitement isolé. Donc les états intriqués (microscopiques) ont tendance à disparaître très rapidement dans l'interaction avec le milieu. La mesure de ce "temps de décohérence" a même pu être effectuée expérimentalement, avec les travaux de Serge Haroche et ses collègues (Michel Brune *et al.*, 1996). Lorsqu'ils interagissent avec l'environnement, les systèmes quantiques mésoscopiques perdent rapidement leurs propriétés de cohérence. Un champ de recherche intense s'est alors ouvert dans les laboratoires de physique pour préparer et maintenir une certaine quantité de matière dans un état intriqué qui reste cohérent.

Malgré les difficultés liées à la décohérence, les travaux d'Aspect conduisent à de véritables applications industrielles (voir par exemple le livre de Nicolas Gisin, 2016). Les états macroscopiques intriqués sont des manifestations naturelles de la non-séparabilité, du caractère holistique de la nature. Ils sont mis en œuvre dans le cadre de recherches sur l'information quantique menées depuis plusieurs décennies : ordinateur et cryptographie

quantiques.

Cryptographie quantique

On utilise la non commutativité des opérateurs lors de la mesure de polarisations croisées ou bien l'effet EPRB pour engendrer une chaîne de nombres binaires de la forme "0" ou "1" connus seulement de l'émetteur puis du récepteur afin d'assurer le transfert d'une clef de cryptage privée. Quiconque tente d'intercepter le message décorrèle les photons et la tentative de viol est immédiatement connue. Les auteurs reconnus pour cette invention sont Charles Bennett et Gilles Brassard (1983), ainsi que Artur Ekert (1991).

La difficulté principale de la cryptographie quantique vient de la tension entre la micro-échelle d'un photon unique et les distances macroscopiques. Les applications cryptographiques sont opérationnelles sur des distances au moins de l'ordre du kilomètre, comme celle proposée sous le lac de Genève par Nicolas Gisin et ses collègues (Antoine Muller *et al.*, 1996), étendue quelques années plus tard (Cyril Branciard *et al.*, 2005). Un protocole cryptographique a également été mis en œuvre sur 80 km de fibre optique par le groupe de Philippe Grangier (voir Romain Alléaume *et al.*, 2004 et Paul Jouguet *et al.*, 2013).

L'étape suivante dans cette direction est l'industrialisation de l'expérience d'Aspect. Ceci a été présenté en cryptographie pour un échange de clés sécurisé par Artur Ekert. Néanmoins, il faut remarquer que si la cryptographie quantique a aujourd'hui un grand intérêt pour les applications, elle est essentiellement mise en œuvre avec le protocole de Charles Bennett et Gilles Brassard, fondé sur la non commutativité de deux mesures de polarisation de la lumière pour des angles arbitraires. Néanmoins, à notre connaissance, le protocole d'Ekert reste encore à être mis en œuvre, même si, dans une contribution de 2014, Umesh Vazirani et Thomas Vidick présentent une preuve de sécurité d'une légère variante du protocole original d'Ekert, basé sur l'intrication. Pour une synthèse en 2016 des connaissances en cryptographie quantique, on pourra consulter le livre de Nicolas Gisin.

Ordinateur quantique

L'idée du développement d'un "ordinateur quantique" a été suggérée par Richard Feynman (1982). Elle est fondée sur la possibilité d'extraire des informations de l'évolution libre de N systèmes atomiques de spin un demi intriqués. Un algorithme de transformation de Fourier "super rapide" a été proposé par Peter Shor (1994). L'algorithme de Shor montre qu'une révolution de l'algorithmique informatique est possible et qu'un ordinateur quantique peut permettre la factorisation efficace du produit de deux grands nombres premiers, ce qui remet en cause tout le système de cryptage "RSA"* des cartes bancaires et du protocole "https" de communication par internet, proposé par Ronald Rivest, Adi Shamir et Leonard Adleman (1978).

La première expérience [la factorisation $15 = 3 \times 5!$] avec un ordinateur quantique a été menée avec succès par Lieven Vandersypen et ses collègues (2001). Les progrès sont par la suite relativement lents : factorisation $143 = 11 \times 13$ avec un ordinateur de 4 qubits (Xu *et al.*, 2012). Le premier ordinateur quantique reprogrammable est construit par Shantanu Deb-nath et son équipe (2016). Notons bien que la décohérence est une forte limitation au développement de l'ordinateur quantique. Enfin, le travail de Nissim Ofek et ses collègues (2016) donne un état de l'art sur la correction d'erreur quantique.

États macroscopiques intriqués

Nous donnons dans ce paragraphe une liste de contributions originales montrant une activité scientifique importante en physique appliquée sur la question de l'intrication. Une équipe sino-allemande a téléporté des informations quantiques d'un ensemble d'atomes à un autre distant de 150 mètres (Xiao-Hui Bao *at al.*, 2012). Un enchevêtrement dans un grand ensemble atomique (3000 atomes) *via* l'interaction avec une impulsion laser très faible a été observée par une équipe américano-serbe (Robert McConnell *et al.*, 2015). La dynamique de spin quantique et l'intrication de plusieurs

* Le cryptage RSA est fondé sur le fait que la donnée d'un nombre produit de deux facteurs premiers de grande taille ne permet pas en temps raisonnable d'explicitier les deux nombres premiers qui le composent.

centaines d'ions piégés a été mis en évidence par l'équipe de Justin Bohnet (2016).

Le modèle cérébral quantique de Vitiello (Luigi Maria Ricciardi et Hiroomi Umezawa, 1967, Emilio Del Giudice *et al.*, 1988, Giuseppe Vitiello, 1995) montre un autre exemple : l'eau à l'intérieur de notre cerveau pourrait être un fluide macroscopique de matière intriquée.

Un exemple de violation des inégalités de Bell avec un système mécanique fluide a été présenté par Diederik Aerts (1982). Ce travail a été fondateur de tout un champ de recherche où des inégalités de Bell ne sont pas satisfaites à l'échelle macroscopique. On doit alors rechercher d'éventuelles variables cachées ou faire l'hypothèse que l'approche de la mécanique quantique est un bon modèle pour décrire un tel système.

Une grande partie de notre compréhension de la pensée humaine est basée sur des modèles probabilistes. Jerome Busemeyer et Peter Bruza (2012) montrent qu'une approche quantique du calcul des probabilités rend mieux compte des choix humains que le calcul traditionnel de Kolmogoroff. Andrei Khrennikov (1999) a proposé d'utiliser la mécanique quantique sur les espaces d'information pour comprendre les phénomènes anormaux en sciences cognitives, en psychologie et en sociologie. Un effet d'interférence de type quantique dans l'expression des gènes est également étudié dans le travail d'Irina Basieva *et al.* (2011).

Dans leur livre, Emmanuel Haven et Andrei Khrennikov (2013) expliquent pourquoi la mécanique quantique peut être appliquée en dehors de la physique et définissent une notion de science sociale quantique. L'adaptation du formalisme mathématique de la théorie de l'information quantique dans le contexte biologique est proposé dans le livre de Masanari Asano *et al.* (2015).

Signalons qu'un programme de recherche expérimentale en sciences cognitives a été également proposé par Peter Bruza *et al.* (2008) afin de mettre en évidence des effets d'intrication dans la mémorisation des mots. La mise en évidence de ce type d'effets fait appel à des généralisations des inégalités de Bell. Une approche voisine a également été proposée par Zeno Toffano et son équipe (voir Joao Barros *et al.*, 2014) pour la recherche automatique

d'information.

La classification des effets quantiques macroscopiques est difficile. Ainsi Tristan Farrow et Vlatko Vedral (2015) proposent plusieurs classes non mutuellement exclusives paramétrées par la masse, l'interférence de macromolécules, la cohérence spatio-temporelle et l'existence de qubits supraconducteurs.

La possibilité ou non pour l'environnement d'interagir avec un Atome délocalisé sans détruire l'intrication est une question fondamentale. Dans un certain sens, si nous inversons l'hypothèse fractaquantique, en passant de la grande échelle à la petite, les micro-expériences pourraient imiter les structures macroscopiques (cellules !) qui restent stables grâce à des échanges ouverts. Notre objectif est d'abord de comprendre le monde tel qu'il est présent dans la nature tout autour de nous (et en nous aussi!). Notre exploration de l'hypothèse fractaquantique nous incite à penser que la réalité du fait quantique est souvent cachée. Avec Antoine de Saint-Exupéry (1943), nous constatons que "l'essentiel est invisible pour les yeux".

Division cellulaire

L'hypothèse fractaquantique doit affronter plusieurs difficultés comme l'altérité et la décohérence. Elle pose aussi une question naturelle : la matière intriquée peut-elle exister à une échelle macroscopique? Est-il possible de trouver à l'échelle biologique des phénomènes qui montrent que deux éléments apparemment distincts appartiennent en fait au même Atome ? Cette question peut sembler incongrue et même *a priori* non recevable. Nous nous intéressons pourtant maintenant au processus de division cellulaire. Ainsi, la mitose est un processus de division cellulaire qui permet d'obtenir deux cellules filles identiques à partir d'une cellule mère. Elle correspond à une reproduction asexuée des cellules. Elle dure entre une et quatre heures et elle est caractérisée par un ensemble de quatre phases successives : prophase, métaphase, anaphase et télophase. À partir d'un état initial de la cellule, on commence par observer un début d'activité de duplication (prophase). Puis les chromosomes se dédoublent (métaphase) et les chromosomes homologues se séparent. Il y a ensuite une migration (anaphase) vers des pôles opposés de la cellule qui se divise. À la fin du

processus (télophase), deux cellules sont présentes.

Ce processus biologique de division cellulaire pourrait-il créer un état intriqué macroscopique? Ce problème n'est bien sûr pas étudié avec ce paradigme par les équipes de recherche en biologie. D'après Steve Hatfield *et al.* (2005), la division des cellules souches est régulée par la voie de l'acide ribonucléique micro ribosomal. Selon Ivan Bedzhov et Magdalena Zernicka-Goetz (2014), les propriétés auto-organisatrices des cellules totipotentes de souris initient la morphogenèse lors de l'implantation. Néanmoins, selon Edward O'Reilly et Alexandra Olaya-Castro (2014) ou Philippe Kourilsky (2014), les phénomènes quantiques devraient être pris en compte en biologie.

Comprendre la division cellulaire est un point clé concernant la possibilité d'intrication. Dans ce cas, il n'y a pas un seul Atome composé de deux composants, comme dans l'expérience d'Aspect. Au contraire, une seule cellule $|+\rangle$ interagit avec son environnement et génère une double cellule que nous pouvons noter $|++\rangle$. Ce processus biologique est absolument non banal ainsi qu'évoqué plus haut. D'un point de vue mathématique, la théorie des champs quantiques doit être introduite puisque une seule cellule se transforme en deux cellules sœurs et la masse totale du système est modifiée. Probablement, le coproduit des algèbres de Hopf (voir par exemple Pierre Cartier, 2006) est un bon outil mathématique pour décrire le processus de division cellulaire.

Embryologie

Lors de la reproduction sexuée, la rencontre de deux cellules crée une cellule unique, le zygote, ou "cellule œuf". Ainsi (voir par exemple le livre de Scott Gilbert, 2006), un organisme complexe comme un être humain vient d'une seule cellule qui se divise plusieurs fois et se particularise. La cellule unique se divise ensuite par clivage, c'est à dire une mitose rapide sans croissance des deux cellules. Lors de cette division, les cellules filles générées sont toutes identiques et essentiellement indiscernables. Ce sont les célèbres cellules totipotentes, ou cellules souches. Une cellule souche est susceptible de se développer pour produire tous les types de cellules spécialisées. Puis le développement embryonnaire précoce donne lieu à un

ensemble complexe (intriqué ?) qui garde une géométrie globalement tridimensionnelle (morula). Il apparaît dans la phase suivante une cavité avec une membrane, la blastula.

Notre connaissance du développement de l'embryon reste lacunaire, comme en témoigne par exemple le traité classique de Jan Langman et ses collègues (2007). On peut se poser la question de savoir quel type de lien les cellules initiales de l'embryon gardent entre elles au cours du développement fœtal ultérieur. Si l'indiscernabilité des cellules totipotentes est un fait biologique acquis, avec leur capacité de se différencier ensuite pour former des tissus cellulaires de natures variées, alors une séparation de l'un vers deux *via* une brisure de symétrie se produit lorsque la cellule se différencie.

Le développement embryonnaire se déroule avec une succession de divisions cellulaires. La question est de savoir si la division cellulaire peut créer un état macroscopique intriqué. En d'autres termes, le processus de division cellulaire est-il un analogue de la création des deux photons intriqués par l'atome de césium lors de l'expérience d'Aspect ? La cellule qui se divise demeure un seul Atome au cours du processus de division cellulaire. Qu'en est-il au juste après cette division ? Deux cellules qui n'ont rien à voir l'une avec l'autre ? Un seul Atome qui occupe une double position dans l'espace ? Nous nous plaçons dans un paradigme de compétition entre d'une part l'unité du tout final (holisme quantique) et d'autre part la décohérence due à l'interaction avec le milieu (deux cellules). La réalité est-elle intermédiaire entre ces deux points de vue ? Dans ce cas, on peut imaginer que lors de la division cellulaire qui constitue l'organisme primitif, et en particulier lors des premières divisions des cellules du blastocyte, une forme d'unité globale, de type intrication, reste présente en rémanence. L'exemple de la division cellulaire nous incite à penser qu'une "intrication faible" peut exister entre les deux cellules filles de la division cellulaire. Une forme d'unité globale reste alors persistante au sein d'un Atome macroscopique généré par une cellule qui se divise. Deux Atomes faiblement intriqués occupent deux positions distinctes et ont l'apparence d'une complète indépendance. Nous supposons qu'ils ont encore certaines caractéristiques de l'intrication : l'interaction avec une partie du système peut

produire une réaction immédiate dans une autre partie, sans aucune communication explicite. Nous développons dans la section suivante la possibilité d'interpréter l'acupuncture grâce à une succession de structures faiblement intriquées générées au cours de l'embryogénèse.

Acupuncture

Rappelons d'abord que la culture chinoise est pour l'essentiel très étrange à un occidental tel que l'auteur de ces lignes. Le Tao par exemple, passe pour avant tout indéfinissable ! C'est en quelque sorte, la voie, le chemin. Lao Tseu (600 ans avant Jésus-Christ) a formalisé ce concept avec le Tao Tö King, ou livre de la voie et de la vertu. On peut y lire : "Le tao a donné naissance à l'un, l'un à deux, le deux à trois, le trois aux dix mille objets qui portent le yin et embrassent le yang, doivent leur harmonie à la fusion des deux". Le taoïsme peut être considéré soit comme une philosophie, soit comme une religion.

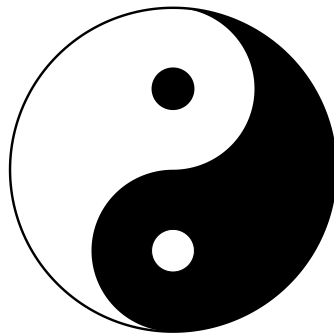


Figure 1. Symbole du yin-yang [dessin de l'auteur].

Le "yin-yang" est un critère de division et de classification des objets et des phénomènes. Le yin est un principe féminin, qui renvoie à la lune, au froid, au repos, à la nuit. Le yang est un principe masculin, associé à la lumière, la chaleur, l'activité, le jour. L'association du yin et du yang est porteuse de l'unité, de l'énergie, qui engendre la dualité. L'éphémère des phénomènes et leur transformation découle de l'état perpétuellement changeant de l'énergie.

L'énergie enfin (ou "qi" en chinois) est un invisible toujours en mouvement. Le vrai souffle (énergie véritable : zhen qi) est la combinaison du souffle originel (énergie ancestrale : yuan qi) et de l'énergie essentielle (zong qi). Le corps humain est parcouru par de l'énergie qui emprunte des canaux

(méridiens) jalonnés d'écluses (points). Selon la médecine chinoise, un point d'acupuncture est un endroit du corps où l'énergie va être concentrée et accessible.

L'acupuncture se développe en Chine de façon traditionnelle depuis plus de 3000 ans. Le premier traité vieux de 2000 ans s'appelle *Nei Jing Su Wen*. Il est présenté comme une conversation du premier empereur légendaire de la Chine, Huáng Di, empereur jaune, qui aurait régné entre 2697 et 2597 avant Jésus-Christ, avec ses conseillers.

L'acupuncture traditionnelle observe douze méridiens principaux qui "communiquent directement avec les organes et les entrailles". Ce sont, en détaillant leur composante yin-yang majoritaire : le foie (yin), la vésicule biliaire (yang), le cœur (yin), l'intestin grêle (yang), la rate (yin), l'estomac (yang), les poumons (yin), le gros intestin (yang), les reins (yin), le vessie (yang), le maître cœur (péricarde) (yin) et le triple réchauffeur (yang). De plus, il existe huit "vaisseaux extraordinaires", dont le vaisseau gouverneur et le vaisseau conception et 360 "points d'acupuncture" le long des méridiens où l'énergie circule.

L'acupuncture met en place certaines relations entre les organes à l'intérieur du corps et certains endroits précis sur la peau, les points d'acupuncture. Bien sûr, ces corrélations résistent à des explications simples à travers des approches scientifiques classiques, même si des contributions de John Dundee *et al.* (1989), Hélène Langevin et Jason Yandow (2002), Peter White *et al.* (2004), Klaus-Peter Schlebusch, Walburg Maric-Oehler et Fritz-Albert Popp (2005), Jérémie Pariente *et al.* (2005) entre autres, commencent à créer des liens intéressants entre les protocoles scientifiques modernes et l'acupuncture traditionnelle. Y a-t-il un lien entre l'acupuncture et le développement de l'embryon ? Nous explorons cette idée au paragraphe suivant.

Méridiens

Au cours du développement embryonnaire, une cellule unique se développe afin de créer un être vivant complexe et hautement organisé. L'interaction avec l'environnement est cruciale et nous nous posons la question de la façon dont certaines informations globales pourraient être présentes lors de

l'état final du processus embryonnaire. Nous avons suggéré (2006) que les relations entre les points d'acupuncture et les organes internes pourraient être une sorte de signature de l'existence d'Atomes délocalisés. La corrélation avec le développement embryologique propose une possibilité de mettre en évidence l'interaction passée entre les cellules correspondantes.

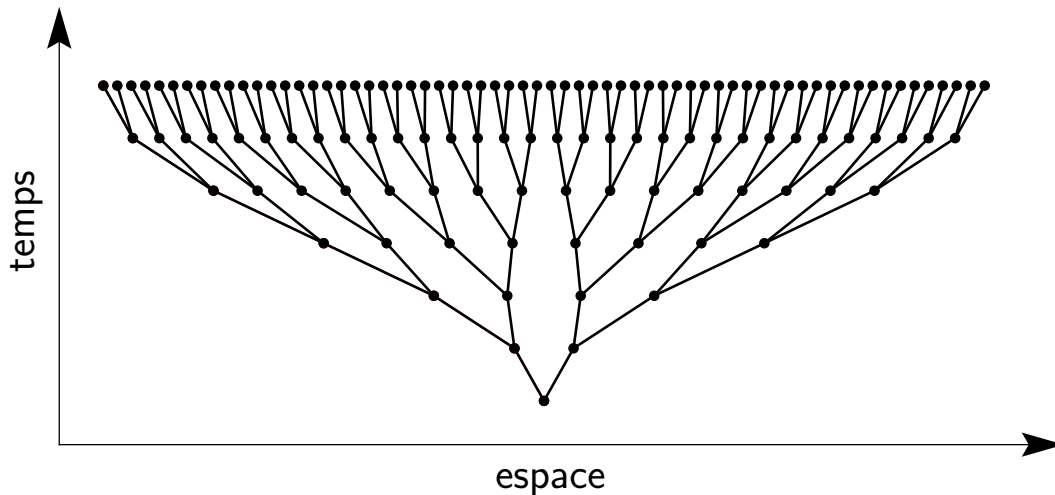


Figure 2. Arbre de l'embryogénèse. À chaque itération, chaque cellule se divise en deux. On obtient ainsi une structure de graphe binaire temporel : il décrit la création de multiples cellules filles au cours des différentes générations à partir d'un unique zygote initial.

Nous considérons que des raisons éthiques limitent naturellement le champ de la recherche scientifique. Des expériences intrusives directes sont exclues au cours du développement de l'embryon. De plus, elles ne peuvent rien établir à cause du collapse lors de la réduction du paquet d'ondes. Observer la vie de trop près met en péril l'existence même du processus vivant, ainsi que l'a exposé Werner Heisenberg (1958) : “on pourrait en même temps supposer, comme l'a suggéré Bohr, que notre connaissance d'une cellule vivante puisse être complémentaire de sa structure moléculaire. Etant donné qu'une connaissance complète de cette structure ne pourrait être obtenue que par des opérations qui détruisent la vie de la cellule, il est logiquement possible que la vie empêche la détermination complète de la structure physico-chimique sous-jacente”. La connaissance de

l'embryogénèse humaine et animale reste donc un sujet de préoccupation important pour la recherche fondamentale. De plus, nous sommes au sein même d'un paradigme de nature quantique où l'observation directe n'a aucun sens. Une possibilité ouverte est la simulation numérique, au prix de calculs très coûteux et d'une immense complexité...

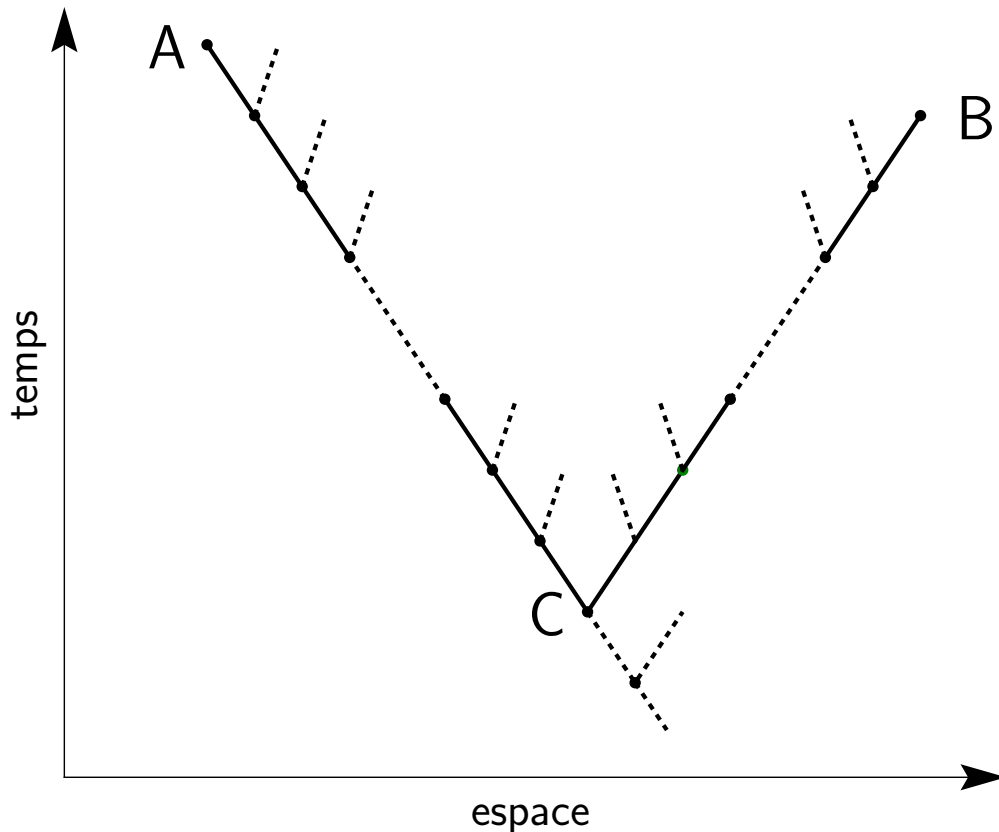


Figure 3. Modèle fractaquantique d'un méridien d'acupuncture. Le lien entre deux cellules A et B du corps humain est à rechercher dans le passé de l'arbre de l'embryogénèse. La division d'une cellule ancêtre commune C garde une intrication faible avec ses cellules filles, les cellules A et B en particulier.

À la Figure 2, nous avons stylisé le processus embryonnaire sous la forme d'un graphe. On a bien entendu une dynamique complexe entre les deux cellules "filles" d'une même cellule initiale. Cette représentation abstraite a l'avantage de donner une décomposition hiérarchique des cellules du corps humain que l'on peut considérer comme les "feuilles" de l'arbre de

l'embryogénèse. En effet, une cellule donnée du corps humain est *in fine* obtenue à l'issue d'une division cellulaire qui n'a pas ensuite été suivie d'une nouvelle division. Les cellules ont donc avec ce point de vue un numéro de génération.

Quels sont les liens cachés dans l'arbre de l'embryogénèse ? Nous pensons qu'il ne faut pas chercher de présence matérielle dans l'instant présent pour les méridiens de l'acupuncture. Les méridiens sont simplement la trace implicite de cellules intriquées qui restent en relation depuis l'embryogénèse ! Le lien entre deux points d'acupuncture consiste à remonter le temps jusqu'au stade embryonnaire (voir la Figure 3), au stade primitif d'une seule cellule commune à ces deux lieux du corps humain, puis suivre ensuite l'évolution intriquée du développement du corps humain cette fois-ci en suivant le cours ordinaire du temps. Ainsi les méridiens ont selon notre hypothèse une existence dans l'histoire passée du corps humain, avec une cellule qui relie deux points devenus distants au sein d'un organisme adulte. Le lien entre ces deux points s'expliquerait ainsi avec une intrication faible.

Intrication de deux être humains ?

L'intrication faible de deux cellules peut-elle aller au-delà d'un même être humain ? Nous pouvons penser aux vrais jumeaux. Ils proviennent tous deux d'une cellule unique et ont un patrimoine génétique identique alors qu'ils sont deux personnes différentes avec une forte interaction entre eux ; voir par exemple Gordon Claridge, Sandra Canter et Wilfrid Hume (1973) ou René Zazzo (2001). Composent-ils ensemble un unique Atome délocalisé ? La réponse classique est négative. Mais les idées précédentes permettent d'émettre un doute. Ces liens cachés et profonds sont peut être d'abord à rechercher *via* leur évocation dans la création artistique. Nous pensons par exemple à *Podwójne życie Weroniki*, œuvre cinématographique de Krzysztof Kieslowski (1991) : *La double vie de Véronique*.

Conclusion

“[...] la transition du “possible” au “réel” a lieu pendant l’acte d’observer. Si nous voulons décrire ce qui se passe au cours d’un phénomène atomique, il faut que nous nous rendions compte que le terme “se passe” ne s’applique qu’à l’observation et non à l’état des choses entre deux observations.”

Werner Heisenberg (1958).

Écrire un livre ou un article de synthèse, c’est rassembler en quelques pages un cheminement de pensée qui s’étale sur plus de vingt-cinq ans. Le résultat né d’intuitions très fortes, en quelque sorte des évidences. À l’issue de ce travail, aucune certitude. Quelques analogies, une tentative de pluridisciplinarité, avec des mathématiques, de la physique, un peu de chimie, pas assez de biologie ou de sociologie et quelques réflexions sur la littérature et la philosophie.

En définitive, plus de questions que de réponses. Tout ce travail est-il vraiment utile ? Pourquoi troubler les apparences du monde pour générer des questions, du trouble, de l’agressivité peut-être ? La recherche, c’est d’abord considérer que “ce qui va de soi” est en fait le résultat de nos habitudes, de notre vision, de notre langage. Pour ouvrir notre regard sur le monde, il faut d’abord douter.

Les idées présentées dans ce mémoire datent *grosso-modo* des années 2002-2012. Depuis, la construction de ces idées peu classiques est partagée avec Isabelle Greff, Thomas Hélie, Ariane Lambert-Mogiliansky, Christian Miquel, Zeno Toffano et Andrei Khrennikov ces dernières années. Nous donnons en quelques mots dans les paragraphes suivants les idées directrices de travaux menés ensemble et qui n’ont pas été repris dans cet ouvrage d’introduction.

Quelle est l’équation d’évolution si on ne suppose plus l’hypothèse d’un continuum microscopique ? Quel principe de moindre action discret mettre en place pour décrire les “ondes macroscopiques” d’une évolution libre

entre deux processus de mesure ? Une tentative dans cette direction a été proposée avec Isabelle Greff et Thomas Hélie (2012).

Dans notre travail avec Ariane Lambert-Mogiliansky (2015), nous proposons de modéliser certaines limites cognitives à l'aide du paradigme quantique, qui admet que deux propriétés peuvent être vraies et pourtant non conciliables. En opposition avec les modèles classiques, nous montrons comment la mise à disposition d'information, compte tenu du processus de réduction du paquet d'ondes, peut être utilisée dans le but de brouiller la compréhension des personnes. Les images ambiguës par exemple donnent une illustration suggestive de ce phénomène (voir la Figure 1). On voit une image puis une autre, mais très difficilement les deux à la fois.

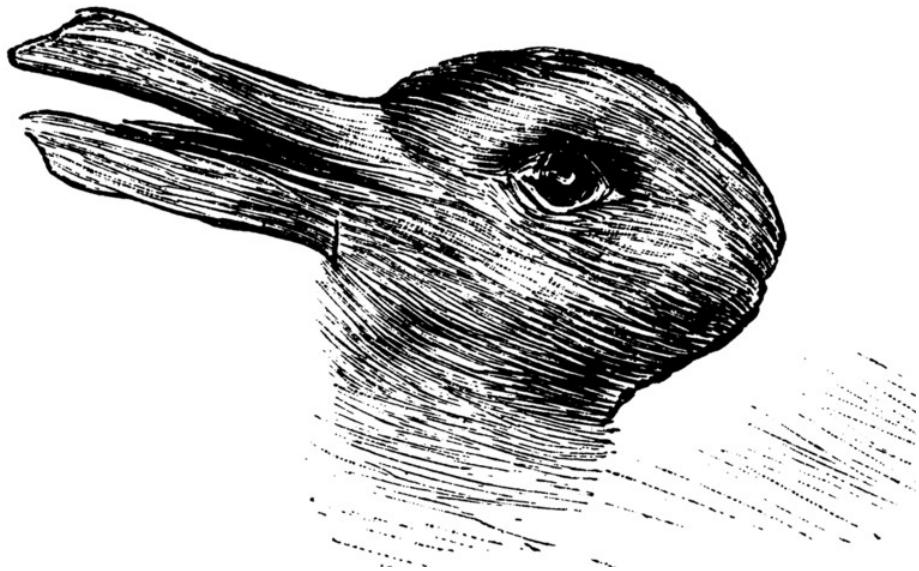


Figure 1. Canard-lapin, *Fliegende Blätter*, 23 octobre 1892 [commons.wikimedia.org].

La cognition quantique se développe ainsi depuis plusieurs années. Elle est également portée progressivement à la connaissance du grand public ; on pourra consulter à ce sujet l'interview de Michel Bitbol au sein du dossier spécial du journal *Science et Vie* (2015).

Avec Christian Miquel (2014), nous étudions les états méditatifs de l'être humain à partir du cadre conceptuel fourni, entre autres, par l'hypothèse fractaquantique. Nous cherchons ensuite quels états d'énergie sont explorés lors de la méditation : s'agit-il de la structure hyperfine de son état

fondamental, d'une forme particulière d'extase amoureuse, voire d'un état mystique de plus grande énergie ?

Au sein de l'approche "Eigenlogic" de Zeno Toffano (2020), nous proposons (2017) un modèle matriciel pour la logique à deux ou plusieurs modalités. Les valeurs propres d'une famille d'observables donnent les valeurs de vérité d'un ensemble de propositions logiques. Nous faisons le lien entre les observables pour la logique à trois valeurs et le moment angulaire orbital pour le nombre quantique $\ell = 1$.

A la question de David Chavalarias à Andé en mai 2017 : "Est-ce que l'hypothèse fractaquantique développe une vision réductionniste ?", nous répondons par la négative car pour nous, le monde est simplement quantique. Mais il est aussi fractal, essentiellement semblable à lui-même à de nombreuses échelles. Le paradigme quantique doit donc pouvoir opérer à toutes les échelles spatiales : évolution régulière en absence d'observation, présence d'états discrets stables, mesures violentes venant des échelles supérieures qui perturbent fondamentalement le sujet avec des résultats *a priori* imposées par l'observateur, dualité entre éléments permanents du monde et les médiateurs des échanges. Enfin, une approche holistique, avec la possibilité de créer des structures fondamentalement "unes" qui occupent plusieurs positions dans l'espace. La quantique macroscopique est la même que la quantique microscopique, mais à une autre échelle, enrichie de la complexité intrinsèque des Atomes macroscopiques.

On peut enfin se poser la question de ce qui m'a amené à réfléchir à ce sujet, relier le monde des fractales et l'approche quantique. Je n'ai pas appris les fractales dans un cadre universitaire ; elles m'ont été transmises par des camarades d'études très ouverts qui jouaient avec des images auto-semblables. J'ai compris ensuite qu'il y a là matière à réflexion et une idée vraiment nouvelle. Par contre, j'ai appris la mécanique quantique dans une excellente institution scientifique parisienne, avec des experts parmi les meilleurs en France, deux d'entre eux couronnés du prix Nobel de Physique quelques décennies plus tard. Pourtant, elle m'avait laissé un goût amer avec un formalisme fondé en apparence sur des méthodes de calcul peu justifiées pourtant confrontées à des prévisions expérimentales remarquables.

Je l'avais rejetée, au bénéfice de disciplines plus traditionnelles comme l'ingénierie et les mathématiques appliquées.

Pourtant, une quinzaine d'années plus tard, suite à un séminaire d'organisation du travail en entreprise, j'ai vécu une profonde transformation de ma perception du monde ; une sorte de crise mystique qui sollicite toute l'énergie disponible, tant physiologique qu'intellectuelle. Après quelques semaines de repos, une des conséquences de ce temps très fort fut d'admettre la mécanique quantique telle qu'elle est, malgré toutes ses imperfections. La considérer également comme un socle de connaissances sur lequel l'hypothèse d'un monde fractal permet d'imaginer une autre représentation de la Nature, une vision où la mécanique quantique se déploie pour toutes les échelles de l'espace grâce à l'hypothèse fractale. Après cette sorte d'évidence qui suit l'éblouissement, le travail de construction a pu commencer au cours des années quatre-vingt dix, avec des textes qui relèvent plus de la poésie que de la science. Une première confrontation à l'occasion d'un congrès au début des années deux mille aura permis de sortir d'une pensée solitaire pour partager des "folies" avec la communauté systémique. Dans tout ce travail, j'ai donc considéré comme acquis la "bonne vieille mécanique quantique" et son formalisme si troublant d'un point de vue intellectuel. Heureusement, de nouvelles idées se développent depuis le début du 21^e siècle avec Carlo Rovelli (1996), Philippe Grangier (2002), David Mermin (2012) parmi d'autres. Par exemple, Alexia Auffèves et Philippe Grangier (2016) proposent une ontologie "contexte-système-modalités" qui permet de penser autrement les fondements de la mécanique quantique. Peut-on imaginer de l'étendre à toutes les échelles spatiales, à la fractaquantique ? En d'autres termes, à l'heure où le processus de rédaction s'achève, je sais déjà qu'il faudra probablement reprendre le travail de recherche avec le vocabulaire proposé aujourd'hui pour la quantique de demain.

Remerciements

Le travail présenté ici trouve une de ses sources dans une “leçon de complexité” transmise par Pierre Marchand au sein de l’entreprise “Aérospatiale” aux Mureaux en 1991. A l’époque, je lui avais posé la question : “Existe-t-il une approche quantique de la sociologie ?” La question aura permis la rencontre, le dialogue, l’amitié.

Ce travail n’aurait pas pu voir le jour sans de nombreuses conversations avec ceux qui m’ont permis de rencontrer l’approche systémique. Évelyne Andreewsky m’avait posé une question délicate en Crète en 2002 à propos de la nature d’un tas de sable. Emmanuel Nunez, Président de l’Afsctet, avait adhéré en 2003 à la recevabilité de l’hypothèse fractaquantique et avait proposé, *via* l’existence de la médecine, que “la part d’indiscernabilité est ce qu’il y a de commun à tous les hommes”. Merci aussi à Elie Bernard-Weil et Lucien Mehl pour leur érudition et leur soutien. Ils ne pourront hélas pas me lire non plus.

Merci aux membres l’Afsctet-café, Bernard Balcet, Stéphane Grès et Nawel Sabri, grâce auxquels le mot “fractaquantique” a été choisi parmi plusieurs autres lors du séminaire annuel de l’Afsctet au moulin d’Andé en juin 2002. Merci pour les encouragements prodigués par les membres de l’Afsctet, en particulier Danièle Bourcier, Gérard Donnadiou et Pierre Marchais.

Avec Isabelle Greff et Thomas Hélie, nous avons pris le temps de développer entre Pau et Paris une approche présentée au congrès “quantum interaction” de 2012. Avec Ariane Lambert-Mogiliansky, nous avons partagé la mise en place matérielle du colloque de juin 2012 à Paris ainsi que de nombreux échanges qui ont conduit à plusieurs publications. Avec Christian Miquel, à l’esprit toujours en éveil, nous avons profité de l’appartement qu’il partageait à Trouville avec son épouse Claire Couratier, disparue trop tôt, hélas. La passion de Zeno Toffano pour la logique a ensuite donné une nouvelle impulsion pour ce travail. A tous, je suis heureux de leur témoigner ici mon amitié.

Un salut très amical à Jean-François Colonna, qui nous a transmis avec grande gentillesse son œuvre numérique qui illustre la chromodynamique du nucléon.

La progression de notre réflexion sur l’hypothèse fractaquantique n’aurait pas été possible sans des discussions très fécondes avec Florence Justes et sa pensée philosophique toujours rigoureuse.

Merci à Arlette Pesty, une grande professionnelle dans l’observation des gamètes. Merci à Jeanette Zwingenberger, toujours curieuse de la science en marche. Merci à Pierre Berloquin pour m’avoir fait découvrir, entre autres, le *Codex Seraphinianus* ! Et la liste n’est pas limitative... Merci encore à toutes et à tous !

Merci aussi aux professeurs de la rue Lhomond, Edouard Brézin, Claude Cohen Tannoudji, Claude Fabre, Serge Haroche et Franck Laloë (entre autres !), qui m’ont fait découvrir la physique quantique lorsque j’avais vingt ans.

Merci à Carole Ory qui a soutenu activement la création de la version anglaise d’un article préliminaire à ce mémoire.

Merci aux amis du Moulin d’Andé, pour leur accueil lors des journées de l’Afsctet et lors d’une semaine en résidence pour avancer la rédaction de cet ouvrage. Merci en particulier à Suzanne Lipinska, la “belle meunière”.

Merci à ma compagne Sophie Mougel qui aura hébergé en région parisienne et dans les Vosges plusieurs semaines d’effort de rédaction et de synthèse.

Sophie a également été la lectrice d’une version préliminaire de ce travail, tout comme Christian Miquel et Zeno Toffano. Merci à tous trois de leurs critiques et de leurs suggestions.

Merci à l’un de mes frères et sœur, l’artiste Stéphane Dubois, très érudit (entre autres) en embryologie. Enfin, l’histoire du verre d’eau pour expliquer l’élémentarité de la molécule m’a été transmise dans un passé très ancien par mon père, Claude Dubois.

Annexe A.

Matière, espace et relations

Dans cette annexe, nous tentons de réfléchir à la façon dont la matière et les relations structurent l'espace-temps. Nous rappelons la position de Kant, puis la notion de temps propre issue de la relativité restreinte. Ensuite, la théorie relativiste de la gravitation nous permet d'explorer les lentilles gravitationnelles puis la position de Descartes : "les sens nous trompent". Nous terminons par une ébauche de structure pour l'espace-temps où les relations, les bosons, ont une place première.

Un espace-temps non kantien

Nous avons présenté dans le second chapitre certains des aspects les plus troublants de la mécanique quantique et de sa non-localité, dans son formalisme et dans ses résultats expérimentaux. Elle induit une recherche nouvelle de la notion de réalité. Mais surtout, elle remet en cause la conception classique de Kant d'un espace et d'un temps indépendants de l'observateur, au sein duquel on peut "poser" la matière.

Ainsi, Albert Einstein (1934) nous fait observer : "Avant de traiter le problème de l'espace, je voudrais faire une observation sur les concepts en général : ils concernent les expériences des sens mais ne peuvent jamais en être déduits logiquement. Pour cette évidence, je n'ai jamais pu accepter la position kantienne de *l'a priori*."

Notons que l'approche quantique semble elle-même empreinte d'une contradiction interne potentielle puisqu'elle suppose *a priori* l'existence d'un temps et d'un espace de référence "absolus", un espace-temps kantien lorsqu'on écrit l'équation de Schrödinger. Or on sait que les expériences de type EPRB établissent une non-localité, une "non séparabilité" de l'espace qui à notre sens contredit la structure donnée *a priori* pour l'espace-temps. Une question fondamentale...

Temps propre

On sait que la conception kantienne du temps a été fort malmenée avec la relativité restreinte (Einstein, 1905). La vitesse de la lumière a toujours la même valeur dans le vide quel que soit l'émetteur et le récepteur du rayon lumineux. En un certain sens, la conception unifiée de l'électromagnétisme (Maxwell, 1860) est plus "forte" que la loi d'addition vectorielle des vitesses dans le groupe de Galilée. En effet, cette théorie introduit le "temps propre de l'observateur en mouvement". Pour un observateur se déplaçant d'une (petite) distance dx durant un (petit) intervalle de temps dt , ce temps propre $d\theta$ est calculé en fonction des infinitésimaux dx , dt et de la célérité c de la lumière à l'aide de la relation

$$d\theta^2 = dt^2 - \frac{dx^2}{c^2}.$$

L'écoulement du temps n'est plus un absolu de l'univers indépendant de l'observateur et il donne lieu par exemple au fameux paradoxe du voyageur de Paul Langevin (1911). Pour un enrichissement de la notion de temps propre issu de la théorie des systèmes, nous renvoyons le lecteur aux réflexions de Robert Vallée (1996).

Espace-temps courbé par la matière

La relativité généralisée d'Einstein constitue une somme remarquable de connaissances et montre une cohérence profonde entre les observations et la puissance d'analyse de l'esprit humain. Pour Einstein (1934), "les concepts mathématiques utilisables peuvent être suggérés par l'expérience, mais jamais, en aucun cas, déduits. L'expérience s'impose, naturellement, comme unique critère d'utilisation d'une construction mathématique pour la physique. Mais le principe fondamentalement créateur se trouve dans la mathématique. Par conséquent, en un certain sens, j'estime vrai et possible pour la pensée pure d'appréhender la réalité, comme le révéraient les Anciens".

Avec la théorie relativiste de la gravitation, ou relativité dite "générale" proposée par Einstein en 1915, la matière maintenant "courbe" l'espace-temps et sa courbure est directement fonction de la présence de matière. Le mouvement des corps matériels se réduit à une "ligne droite" dans un

espace courbe. Un photon suit une géodésique dans cet espace, chemin le plus court pour la métrique (non euclidienne) associée à la présence de matière. On peut se référer pour ces questions au traité classique de Charles Misner, Kip Thorne et John Archibald Wheeler (1973).

Les équations de la théorie relativiste de la gravitation ne sont pas élémentaires à écrire. Elles demandent un investissement important en géométrie différentielle et en calcul tensoriel. Dans ce modèle, l'espace-temps M est supposé être une variété quadri-dimensionnelle munie d'une métrique g_{ij} que l'on peut voir comme une généralisation appropriée de la relation qui définit le temps propre. On introduit ensuite le tenseur de courbure R_{ij} et la courbure scalaire R , quantité simplement issue des tenseurs g_{ij} et R_{ij}^* . Il importe aussi de synthétiser l'ensemble de la relativité "restreinte" avec l'introduction du tenseur d'impulsion-énergie T_{ij} . L'équation fondamentale de la gravitation, présentée dès 1918 dans le livre d'Hermann Weyl, prend alors la forme

$$R_{ij} - \frac{1}{2}Rg_{ij} = \kappa T_{ij}, \quad 1 \leq i, j \leq 4.$$

La constante de gravitation d'Einstein κ se détermine en fonction des autres constantes de la physique[†]. En termes synthétiques, la courbure de l'espace-temps est une fonction (non linéaire) de la répartition locale de la masse, de l'impulsion et de l'énergie. La théorie prédit par exemple certaines perturbations non comprises dans la mécanique de Newton, Lagrange et Hamilton, comme l'avance anormale du périhélie de la planète Mercure ou la déviation d'un rayon lumineux au voisinage de la masse importante du soleil, comme lors de l'éclipse du 29 mai 1919 (Arthur Stanley Eddington *et al.*, 1920). Elle permet aussi de donner un sens à des modèles globaux de l'univers (Georges Lemaître, 1927) donc à une approche scientifique de la cosmologie.

Avec les satellites du système de positionnement global, la théorie relativiste de la gravitation entre au 21e siècle dans le monde des applications. Il faut en effet corriger les horloges du système global de positionnement par

* La courbure scalaire R est donnée par la relation $R = g^{ij} R_{ij}$.

† Si on note G la constante de gravitation de la loi de Newton et c la vitesse de la lumière, on a $\kappa = \frac{8\pi G}{c^4} \simeq 2,077 \cdot 10^{-43} \text{ N}$.

satellites d'environ 40 microsecondes par jour pour prendre en compte les effets de la relativité générale (Neil Ashby, 2003). Toutefois, les effets dans le système solaire demeurent faibles car les densités de matière en présence restent modérées.

Lentille gravitationnelle

Nous rappelons maintenant l'existence de lentilles gravitationnelles dues à la courbure de rayons lumineux. La matière courbe en effet l'espace-temps et la lumière suit bien entendu le chemin le plus court, une géodésique dans cet espace-temps, donc elle ne suit pas une ligne droite si on garde en référence l'espace euclidien tangent ; elle est "déviée". On a même pu observer plusieurs images différentes d'une même source lumineuse.

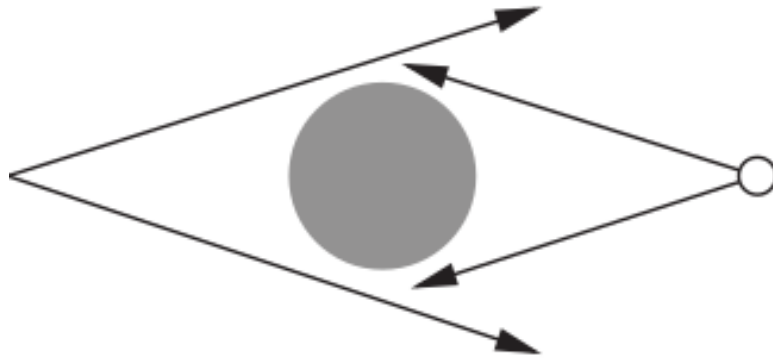


Figure 1. Lentille gravitationnelle. Un objet émetteur (à droite) est séparé de l'observateur (à gauche) par une masse sombre qui dévie les rayons lumineux. On dispose donc de plusieurs images distinctes du même objet, toute une couronne de lumière dans les observations au télescope.

Les premières observations d'effets de macrolentilles sont l'œuvre de Kyongae Chang et Sjur Refsdal (1979). Elles ont été confirmées ensuite par Jacqueline Hewitt, Glen Langston et leurs collègues (voir Edwin Turner *et al.*, 1986). Il s'agit de systèmes galactiques situés derrière une masse sombre relativement à notre propre Galaxie, tout de même observés grâce à l'effet de déviation de rayons lumineux. Mais comme l'effet a lieu sur de grandes distances, la lumière peut passer par un côté ou par un autre de l'objet sombre et plusieurs images nous apparaissent, comme illustré aux

Figures 1 et 2. Ce phénomène renforce le doute cartésien : “les sens nous trompent” (Descartes, *Méditations métaphysiques*, 1641).

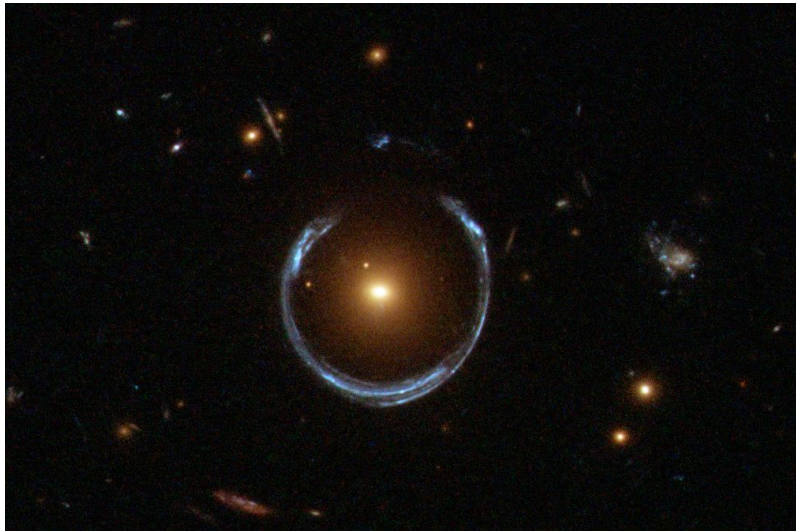


Figure 2. Lentille gravitationnelle ou anneau d’Einstein, observée par le télescope Hubble en 2011 [photo NASA apod.nasa.gov/apod/image/1112/lensshoe_hubble_3235.jpg].

Même si l’existence des ondes gravitationnelles fait maintenant consensus depuis la publication des résultats des expériences “Ligo” et “Virgo” (Ben Abbott *et al.*, 2016) le graviton, de spin 2, porteur de l’interaction gravitationnelle dans le cadre de la vision quantique actuellement la plus universellement acceptée, n’a pas été mis en évidence à l’heure où ces lignes sont écrites [juillet 2020].

Boson-espace-temps

Nous proposons pour conclure cette Annexe une structure topologique pour l’espace-temps en présence d’un rayon lumineux. Nous imaginons un “boson-espace-temps”, c’est à dire la façon dont l’espace et le temps doivent être considérés dans l’élémentaire pour admettre en leur sein une interaction lumineuse, un photon. Elle est fondée sur la remarque très simple que pour un photon qui se déplace à la vitesse de la lumière, le “temps propre” est nul. En effet, au vu de la relation $c^2 d\theta^2 = c^2 dt^2 - dx^2$ pour le temps propre, on a en effet $d\theta = 0$ si $dx = c dt$; le temps propre d’un photon qui se déplace à la vitesse de la lumière est nul. Le temps ne s’écoule pas le long d’un rayon lumineux.

Avec l'expérience d'Aspect, le (double !) photon “déchire” l'espace-temps. Sur la Figure 3, nous suivons la double trajectoire des deux photons intriqués au fur et à mesure de l'avancement du temps. L'un d'eux se propage dans la direction des x positifs à la vitesse de la lumière. L'autre vers les x négatifs avec une vitesse de même module. Nous avons proposé (2004) de considérer la manifestation multiple de l'état intriqué comme une apparence. Les deux “points” où s'opère la réduction du paquet d'ondes, représentés par les deux extrémités du “V” de la Figure 3, ne sont pour ce modèle de boson-espace-temps qu'un seul et même point dans un “espace quotient”. Et il en est de même de tous les autres points qui représentent les “deux photons” à un même instant...

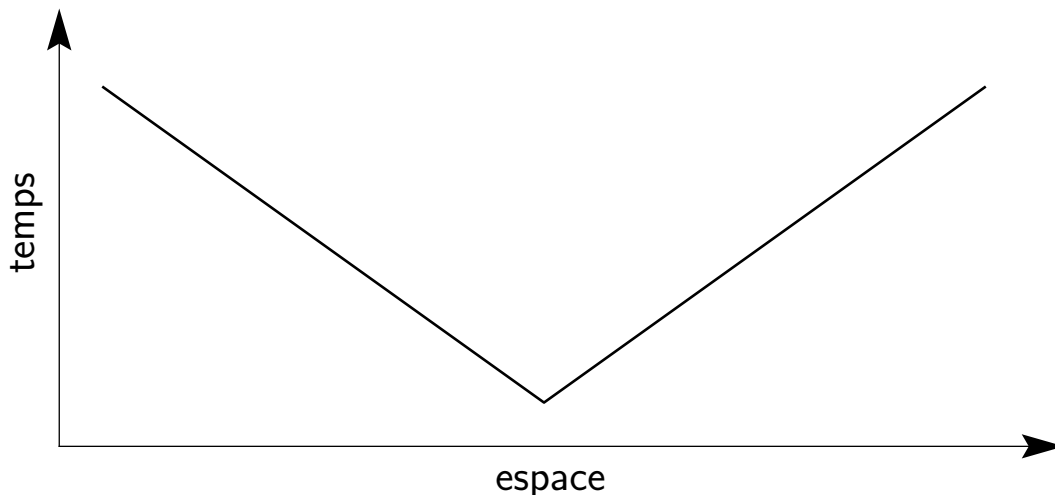


Figure 3. Une interprétation de l'expérience d'Aspect. La double trajectoire des photons intriqués donne naissance à un espace-temps “déchiré”. Lors de la mesure, les deux points qui terminent les trajectoires, en apparence éloignés, sont en fait le même point dans un espace “non séparé”.

Nous proposons en effet d'identifier par la pensée tous les points de la trajectoire d'un photon, ou d'un double photon comme dans l'expérience d'Alain Aspect (voir la Figure 3). Nous prenons comme référence pour fixer les idées l'espace-temps M et appelons Γ la trajectoire du photon. C'est par hypothèse une partie *fermée* de la variété M et il est alors possible (voir par exemple le cours de topologie de Laurent Schwartz, 1970)

de considérer l'espace topologique quotient M/Γ . Dans cet espace, il faut voir toute la courbe Γ réduite à un simple point et tous les points proches de Γ deviennent en conséquence voisins entre eux.

Dans ce modèle mathématique, les photons corrélés restent un seul et même objet "ponctuel". La trajectoire double de la Figure 3 n'est qu'une apparence ! Le photon (éventuellement la paire de photons corrélés) "déchire" l'espace-temps et dans ce modèle, l'espace-temps "restant" est très fortement courbé. Les conséquences de cette hypothèse restent à développer à l'heure où ces lignes sont écrites [juillet 2020].

On pourra qualifier l'idée précédente de curieuse, mais qui aurait pu penser à une lentille gravitationnelle avant la création de la théorie relativiste de la gravitation ? Une telle approche renforce simplement le fait que les mots "matière", "espace", "temps", "interaction", sont empruntés à un vocabulaire historique et macroscopique. En effet, la "matière-espace-temps" est une réalité déjà vivante pour les physiciens des hautes énergies, comme en témoignent par exemple les titres des ouvrages d'Hermann Weyl (1918) ou de Gilles Cohen-Tannoudji et Michel Spiro (1984).

Enfin, l'importance d'une "science des relations" est posée avec le livre de Michel Bitbol (2010). On peut résumer l'essentiel du propos de ce paragraphe très exploratoire de la façon suivante : la matière crée l'espace-temps, les relations le structurent.

Annexe B.

Boucles

Définir une “boucle” n’est pas simple ! Par exemple, on retrouve dans les dictionnaires : une boucle est “ce qui s’enroule en forme d’anneau et se ferme sur soi-même”. Le *Petit Larousse* précise qu’une boucle est “une suite d’effets telle que le dernier réagit sur le premier”, alors que le *Robert méthodique* énonce qu’une boucle est un “itinéraire qui ramène au point de départ”, comme dans l’expression “boucler la boucle”.

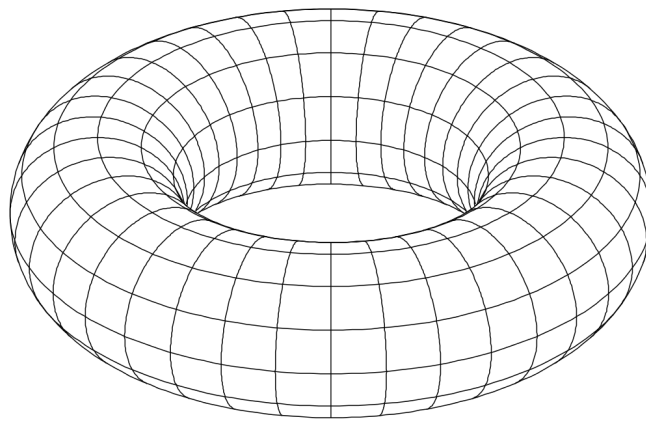


Figure 1. Une représentation du tore T^2 dans l’espace tridimensionnel ordinaire [wikipedia].

Définir mathématiquement une boucle

Nous passons maintenant à un cadre mathématique afin de tenter de définir une boucle au sein d’une structure X donnée *a priori*. Si on munit un tel ensemble d’une notion de distance, de voisinage, d’une “topologie” et qu’on le suppose d’un seul tenant pour fixer les idées, peut-on dire de manière théorique si oui ou non l’espace X contient des boucles ? Cette notion est d’abord intuitive. L’espace “surface de la terre”, un morceau de plan dans l’approximation de la terre plate qui nous est quotidienne, la surface d’une sphère pour beaucoup d’applications, ne contient pas de boucle

même si elle est courbée, alors que le tore représenté Figure 1, modèle mathématique d'un pneu plein ou d'une alliance, contient clairement une boucle !

Espace sans boucle

La définition mathématique d'un espace qui ne contient pas de boucle, "simplement connexe", est relativement longue. Nous en donnons quelques étapes dans les paragraphes suivants et renvoyons à l'ouvrage de Claude Godbillon (1971) pour les définitions complètes.

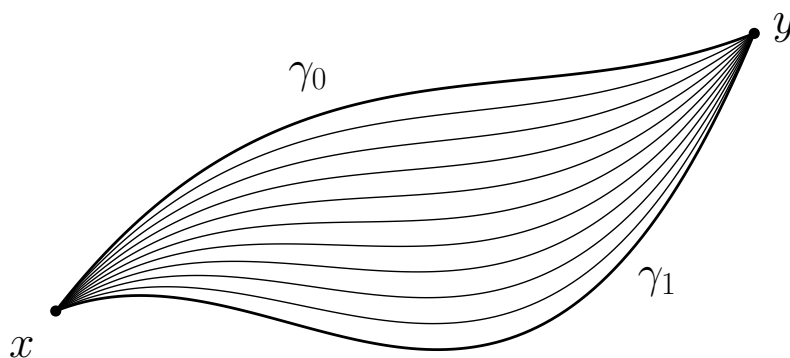


Figure 2 Relation d'homotopie entre deux chemins γ_0 et γ_1 qui vont du point x au point y [représentation de l'auteur].

On doit d'abord introduire la notion de "chemin" γ entre deux points x et y de l'espace X . C'est simplement une application continue de l'intervalle réel classique $[0, 1]$ à valeurs dans X^* , telle que $\gamma(0) = x$ et $\gamma(1) = y$. Si on dispose de deux chemins γ_0 et γ_1 entre deux points x et y fixés dans X , une question naturelle est de savoir si ces deux chemins sont "homotopes", c'est à dire si l'on peut déformer continuellement le chemin γ_0 pour obtenir le chemin γ_1 , comme à la Figure 2. Existe-t-il une famille (continue !) de chemins γ_θ (θ appartient à l'intervalle $[0, 1]$) permettant de déformer le chemin γ_0 pour obtenir le chemin γ_1 ? Si la réponse est positive, on dit que les chemins γ_0 et γ_1 sont homotopes et dans le cas contraire, ils ne sont pas homotopes et sont vraiment différents d'un point de vue topologique.

Considérons maintenant un "lacet", c'est à dire un chemin γ qui revient à son point de départ : $x = \gamma(0) = \gamma(1) = y$. Il existe pour tout point $x \in X$

* notée $[0, 1] \ni t \longmapsto \gamma(t) \in X$

le “chemin trivial” $[0, 1] \ni t \mapsto \gamma_0(t) \equiv x \in X$ “qui ne bouge pas”. Une question naturelle est de savoir si tout lacet γ_1 contenant x est homotope ou pas au lacet γ_0 trivial introduit ci-dessus, si on peut transformer continuellement le lacet arbitraire γ_1 en un lacet constant sur l’un des points de la carte. On dit que le lacet correspondant est “homotope à un point”. On peut montrer que c’est le cas pour tout lacet tracé dans un plan ou à la surface de la sphère S^2 . On peut toujours le ramener à un point arbitraire par homotopie. On dit que le plan et la sphère sont des espaces simplement connexes. Dans un espace topologique simplement connexe, il n’y a pas de lacet qui ne puisse être démêlé !

Espace avec une boucle

Si on considère maintenant un tore plein comme celui de la Figure 1, le lacet “qui fait tout le tour” ne peut pas être ramené continuellement à un unique point tout en restant dans l’espace défini par le tore T^2 . On dit que le tore est une structure topologique non simplement connexe. En d’autres termes, il existe de vraies boucles qui ne peuvent pas être ramenées à un point. Avec un vocabulaire mathématique, on peut munir le quotient de l’ensemble des lacets divisé par les lacets homotopes à un point d’une structure de groupe, le “groupe fondamental”*, $\pi_1(X)$ de la structure X . Pour la sphère S^2 , on a $\pi_1(S^2) = \{0\}$ qui indique qu’il n’y a pas de boucle dans cet espace alors que pour le tore T^2 , on a $\pi_1(T^2) = \mathbb{Z}$, ensemble des nombres entiers positifs, négatifs ou nuls. Ce dernier résultat indique qu’on peut enrouler un lacet dans un tore pour un nombre arbitrairement grand de tours, dans un sens ou dans un autre...

Boucle de rotations

Un exemple beaucoup plus subtil est donné par l’ensemble $X = \text{SO}3$ des rotations de l’espace euclidien réel orienté à trois dimensions. On peut identifier cet ensemble avec l’ensemble des matrices réelles trois par trois de déterminant unité telles que $XX^t = I$. L’ensemble $\text{SO}3$ est un groupe si on le munit de la composition des applications ou de la multiplication des

* Le groupe fondamental est appelé aussi “groupe de Poincaré”, en hommage à Henri Poincaré, mathématicien Français du début du vingtième siècle

matrices. C'est aussi un espace topologique (voir par exemple le livre de Godbillon). Dans SO_3 , on dispose de lacets qui ne sont pas homotopes à zéro.

Mais la structure de l'espace quotient $\Pi_1(SO_3)$ est différente de celle du tore ; on a simplement $\Pi_1(SO_3) = \{1, -1\}$, groupe multiplicatif à deux éléments. À tout lacet non homotope à zéro, on peut "ajouter" un autre lacet de même type et la réunion des deux lacets fournit un nouveau chemin dans l'espace des rotations qui peut alors se réduire en un simple point par continuité. En un certain sens, dans l'espace tridimensionnel, ce n'est pas la valeur d'un angle égal à 2π qui permet de "faire un tour complet", mais un angle double de 4π !

Pour illustrer cette structure, Paul Dirac avait proposé en 1931 les "Dirac strings", assemblage d'un cube et de huit brins de ficelle. Si on lui fait faire un tour, on ne parvient pas à démêler le cube des divers brins de ficelle mais si on lui fait faire deux tours, on réussit ! On peut aussi visualiser la non simple connexité de SO_3 avec "le truc de la ceinture" qui reprend la même idée d'une torsion d'angle 4π pour un objet flexible. Nous renvoyons à l'article de George Francis et Louis Kauffman (1995) et au livre d'Andrew Hanson (2006).

Cette structure topologique cachée est explicite avec la représentation paramétrique du groupe des rotations SO_3 par la sphère S^3 des quaternions $q \in \mathbb{H}$ de norme unité. On définit l'application $\rho(q)$ de \mathbb{H} dans \mathbb{H} par la relation de conjugaison $\rho(q).p = qpq^{-1}$. On peut démontrer qu'on représente bien de cette façon toutes les rotations de l'espace \mathbb{R}^3 . La structure du groupe $\Pi_1(SO_3)$ se manifeste en remarquant que si une rotation R est donnée, on a toujours deux quaternions q et q' de sorte que $\rho(q) = \rho(q') = R$.

Enfin, et c'est tout à fait capital pour la mécanique quantique, la structure $\Pi_1(SO_3) = \{1, -1\}$ pour le groupe fondamental est sous-jacente à la notion de spin. En particulier le fait que le spin ne prenne que les valeurs multiples de $\frac{1}{2}$: $0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, etc.$ Voir à ce sujet les magnifiques notes de cours de Franck Laloë (1980, 2021).

Annexe C.

Addition de deux spins un-demi ^{*}

Dans cette annexe, nous étudions l'addition de deux spins “un demi” dans la théorie de Pauli. Il s'agit d'un sujet fondamental en mécanique quantique, traité dans de nombreux ouvrages, comme par exemple le livre de Claude Cohen-Tannoudji, Bernard Diu et Franck Laloë (1977). Notre approche est fondée sur une utilisation du produit tensoriel. Le lecteur pourra consulter le cours de Jacqueline Lelong-Ferrand et Jean-Marie Arnaudies (1974) ou l'ouvrage de Jacques Dixmier (1976) pour les notions mathématiques fondamentales.

Espace des spins

On désigne par j un nombre “demi entier”, donc $2j$ est un nombre entier : $2j \in \mathbb{N}$. Un espace de j -spin, noté Σ_j , est un espace vectoriel sur le corps des nombres complexes, de dimension $2j + 1$, de sorte que deux applications linéaires S_z et S_2 opèrent sur l'espace Σ_j . L'opérateur S_z est le “spin dans la direction Oz”, et il admet une base de vecteurs propres $e_m \in \Sigma_j$. Les valeurs propres associées permettent de passer de la valeur $-j$ à la valeur maximale $+j$ par pas d'une unité. Si j est nul, alors m est nécessairement nul. Si $j = \frac{1}{2}$, alors m vaut $-\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{2}$. Enfin, si j vaut 1, m est entier et prend les valeurs $-1, 0, 1$. Dans le cas général, on a :

$$m \in \mu_j \equiv \{-j, -j+1, -j+2, \dots, j-2, j-1, j\}$$

et les valeurs propres de l'opérateur S_z prennent toutes les valeurs possibles de $m \in \mu_j$:

$$S_z \bullet e_m = m e_m, \quad m \in \mu_j.$$

Par ailleurs, l'opérateur S_2 est le “carré du moment angulaire”. Il est proportionnel à l'identité I sur l'espace Σ_j :

$$S_2 \bullet e_m = j(j+1) e_m, \quad m \in \mu_j.$$

^{*} Ce texte initialement rédigé en 2003 a été modifié et enrichi en collaboration avec Zeno Toffano en 2016.

Spins zéro, un-demi et un

L'espace Σ_0 de spin nul ($j = 0$) est de dimension 1 et on a simplement

$$S_z \bullet e_0 = S_2 \bullet e_0 = 0.$$

L'espace $\Sigma_{1/2}$ de spin $\frac{1}{2}$ correspond à $j = \frac{1}{2}$; il est de dimension deux. Dans la base formée de e_+ et de e_- les opérateurs S_z et S_2 sont représentés par les matrices suivantes :

$$S_z = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad S_2 = \frac{3}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \equiv \frac{3}{4} \text{I}.$$

Dans le cas du spin un demi, ainsi que dans tous les autres cas, même si nous ne les traitons pas explicitement ici, nous introduisons les opérateurs S_x et S_y dans les deux autres directions de l'espace. Ils s'écrivent

$$S_x = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad S_y = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}.$$

Il est classique d'introduire les matrices de Pauli $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ selon

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Pour un spin un-demi, on a donc les relations

$$S_x = \frac{1}{2} \sigma_x, \quad S_y = \frac{1}{2} \sigma_y, \quad S_z = \frac{1}{2} \sigma_z.$$

On peut vérifier les relations suivantes, qui permettent de simplifier les calculs algébriques qui suivent :

$$\begin{cases} (\sigma_x)^2 = (\sigma_y)^2 = (\sigma_z)^2 = \text{I} \\ \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_x = \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_y = \sigma_z \sigma_x + \sigma_x \sigma_z = 0 \\ \sigma_x \sigma_y = i \sigma_z, \quad \sigma_y \sigma_z = i \sigma_x, \quad \sigma_z \sigma_x = i \sigma_y. \end{cases}$$

On établit ensuite sans difficulté la relation

$$S_2 = (S_x)^2 + (S_y)^2 + (S_z)^2.$$

Pour un spin unité, l'espace Σ_1 est de dimension trois et on dispose de trois vecteurs de base e_+, e_0, e_- où les opérateurs S_z et S_2 prennent la forme

$$S_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad S_2 = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Addition

Pour additionner deux spins un demi, nous travaillons dans le produit tensoriel $\Sigma_{1/2} \otimes \Sigma_{1/2}$, engendré par les produits tensoriels des vecteurs de base $e_k \otimes \varepsilon_m$ avec k et m nombres demi-entiers appartenant à l'ensemble $\mu_{1/2} = \{+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\}$. Dans ce nouvel espace, les opérateurs S_x^* , S_y^* , S_z^* et S_2^* sont calculés avec une règle d'“addition indépendante des deux moments angulaires”, c'est à dire

$$\begin{cases} S_x^* = S_x \otimes I + I \otimes S_x, & S_y^* = S_y \otimes I + I \otimes S_y. \\ S_z^* = S_z \otimes I + I \otimes S_z, & S_2^* = (S_x^*)^2 + (S_y^*)^2 + (S_z^*)^2. \end{cases}$$

Nous observons que S_x^* , S_y^* et S_z^* sont des opérateurs “non locaux”, du point de vue de l'intrication (voir par exemple l'article d'Alain Aspect, 2015). Du point de vue mathématique, ils ne sont pas sous la forme d'un produit tensoriel comme $A \otimes B$.

Produit tensoriel

Le calcul du produit tensoriel $A \otimes B$ de deux matrices deux par deux n'est pas immédiat. Il faut d'abord choisir un ordre pour la famille $e_i \otimes \varepsilon_j$ des vecteurs de base de l'espace produit. On choisit ici de poser

$$\varphi_1 = e_1 \otimes \varepsilon_1, \quad \varphi_2 = e_1 \otimes \varepsilon_2, \quad \varphi_3 = e_2 \otimes \varepsilon_1, \quad \varphi_4 = e_2 \otimes \varepsilon_2.$$

Puis on écrit la définition d'un produit-tensoriel :

$$(A \otimes B) \bullet (e_i \otimes \varepsilon_j) \equiv (A \bullet e_i) \otimes (B \bullet \varepsilon_j).$$

Dans l'un des cas qui nous intéresse, on a le calcul suivant :

$$\begin{cases} (\sigma_x \otimes I) \bullet \varphi_1 = (\sigma_x \bullet e_1) \otimes \varepsilon_1 = e_2 \otimes \varepsilon_1 = \varphi_3 \\ (\sigma_x \otimes I) \bullet \varphi_2 = (\sigma_x \bullet e_1) \otimes \varepsilon_2 = e_2 \otimes \varepsilon_2 = \varphi_4 \\ (\sigma_x \otimes I) \bullet \varphi_3 = (\sigma_x \bullet e_2) \otimes \varepsilon_1 = e_1 \otimes \varepsilon_1 = \varphi_1 \\ (\sigma_x \otimes I) \bullet \varphi_4 = (\sigma_x \bullet e_2) \otimes \varepsilon_2 = e_1 \otimes \varepsilon_2 = \varphi_2. \end{cases}$$

On peut résumer les quatre relations précédentes par la relation matricielle :

$$(\sigma_x \otimes I) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}$$

obtenue en remplaçant chaque “1” de la matrice σ_x par la matrice identité \mathbf{I} d’ordre deux.

De manière analogue, on a

$$(\mathbf{I} \otimes \sigma_x) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_x & 0 \\ 0 & \sigma_x \end{pmatrix}$$

$$(\sigma_y \otimes \mathbf{I}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -i\mathbf{I} \\ i\mathbf{I} & 0 \end{pmatrix}$$

$$(\mathbf{I} \otimes \sigma_y) = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_y & 0 \\ 0 & \sigma_y \end{pmatrix}$$

$$(\sigma_z \otimes \mathbf{I}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & 0 \\ 0 & -\mathbf{I} \end{pmatrix}$$

$$(\mathbf{I} \otimes \sigma_z) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_z & 0 \\ 0 & \sigma_z \end{pmatrix}.$$

Donc

$$S_x^* = S_x \otimes \mathbf{I} + \mathbf{I} \otimes S_x = \frac{1}{2} (\sigma_x \otimes \mathbf{I} + \mathbf{I} \otimes \sigma_x) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sigma_x & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \sigma_x \end{pmatrix},$$

$$S_y^* = S_y \otimes \mathbf{I} + \mathbf{I} \otimes S_y = \frac{1}{2} (\sigma_y \otimes \mathbf{I} + \mathbf{I} \otimes \sigma_y) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sigma_y & -i\mathbf{I} \\ i\mathbf{I} & \sigma_y \end{pmatrix},$$

$$S_z^* = S_z \otimes \mathbf{I} + \mathbf{I} \otimes S_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

On calcule les carrés de ces matrices, et il vient

$$\begin{aligned} (\mathcal{S}_x^*)^2 &= \frac{1}{4} \begin{pmatrix} \sigma_x & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \sigma_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \sigma_x \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \sigma_x \\ \sigma_x & \mathbf{I} \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\mathcal{S}_y^*)^2 &= \frac{1}{4} \begin{pmatrix} \sigma_y & -i\mathbf{I} \\ i\mathbf{I} & \sigma_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_y & -i\mathbf{I} \\ i\mathbf{I} & \sigma_y \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \mathbf{I} & -i\sigma_y \\ i\sigma_y & \mathbf{I} \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$(\mathcal{S}_z^*)^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

On observe qu'aucun de ces carrés de matrices n'est égal à l'identité :

$$(\mathcal{S}_x^*)^2 \neq \mathbf{I}, \quad (\mathcal{S}_y^*)^2 \neq \mathbf{I}, \quad (\mathcal{S}_z^*)^2 \neq \mathbf{I}.$$

On a la règle de calcul

$$(A \otimes B)(C \otimes D) = (AC) \otimes (BD).$$

En effet dans la base $e_i \otimes \varepsilon_j$ de l'espace produit tensoriel, on a compte tenu de la relation $(A \otimes B) \bullet (e_i \otimes \varepsilon_j) \equiv (A \bullet e_i) \otimes (B \bullet \varepsilon_j)$:

$$\begin{aligned} (A \otimes B)(C \otimes D) \bullet (e_i \otimes \varepsilon_j) &= (A \otimes B)(C \bullet e_i \otimes D \bullet \varepsilon_j) \\ &= (AC \bullet e_i) \otimes (BD \bullet \varepsilon_j) = (AC) \otimes (BD) \bullet (e_i \otimes \varepsilon_j). \end{aligned}$$

On peut donc écrire aussi

$$\begin{aligned} (\mathcal{S}_x^*)^2 &= \frac{1}{4} (\sigma_x \otimes \mathbf{I} + \mathbf{I} \otimes \sigma_x) (\sigma_x \otimes \mathbf{I} + \mathbf{I} \otimes \sigma_x) \\ &= \frac{1}{4} ((\sigma_x \otimes \mathbf{I})^2 + \sigma_x \otimes \sigma_x + \sigma_x \otimes \sigma_x + (\mathbf{I} \otimes \sigma_x)^2) \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{4} (\mathbf{I} + 2\sigma_x \otimes \sigma_x + \mathbf{I}) = \frac{1}{2} (\mathbf{I} + \sigma_x \otimes \sigma_x)$$

et de façon analogue,

$$(S_y^*)^2 = \frac{1}{2} (\mathbf{I} + \sigma_y \otimes \sigma_y), \quad (S_z^*)^2 = \frac{1}{2} (\mathbf{I} + \sigma_z \otimes \sigma_z).$$

Finalement, compte tenu de la relation $S_2 = (S_x)^2 + (S_y)^2 + (S_z)^2$, on a :

$$S_2^* = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$S_2^* = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

On peut reprendre ce calcul sous la forme

$$\begin{aligned} S_2^* &= (S_x^*)^2 + (S_y^*)^2 + (S_z^*)^2 \\ &= \frac{1}{2} (\mathbf{I} + \sigma_x \otimes \sigma_x) + \frac{1}{2} (\mathbf{I} + \sigma_y \otimes \sigma_y) + \frac{1}{2} (\mathbf{I} + \sigma_z \otimes \sigma_z) \end{aligned}$$

et

$$S_2^* = \frac{1}{2} (3\mathbf{I} + \sigma_x \otimes \sigma_x + \sigma_y \otimes \sigma_y + \sigma_z \otimes \sigma_z).$$

Si on introduit l'opérateur de "swap" ϖ via la relation

$$\varpi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

on a

$$S_2^* = \varpi + \mathbf{I}.$$

Transformer un produit en somme

Nous cherchons à décomposer l'espace produit $\Sigma_{1/2} \otimes \Sigma_{1/2}$ comme une somme d'espaces de spin de la forme Σ_j . Nous devons pour cela diagonaliser simultanément les opérateurs S_z^* et S_2^* évalués dans la base des φ_i introduite plus haut par les relations qui permettent d'explicitier les matrices

$S_z^* = \text{diag}(1, 0, 0, -1)$ et $S_2^* = \text{diag}\left(2, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, 2\right)$. Ce calcul est facile et n'est pas détaillé ici. On pose ensuite

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_1 \otimes \varepsilon_2 - e_2 \otimes \varepsilon_1)$$

$$\beta_+ = e_1 \otimes \varepsilon_1, \beta_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_1 \otimes \varepsilon_2 + e_2 \otimes \varepsilon_1), \beta_- = e_2 \otimes \varepsilon_2.$$

On vérifie que c'est bien la base de vecteurs propres communs recherchée : on a d'une part

$$S_z^* \cdot \alpha = 0, S_2^* \cdot \alpha = 0$$

et d'autre part

$$\begin{cases} S_z^* \cdot \beta_+ = \beta_+, & S_z^* \cdot \beta_0 = 0, & S_z^* \cdot \beta_- = -\beta_-, \\ S_2^* \cdot \beta_k = 2\beta_k, & k \in \mu_1 = \{+, 0, -\}. \end{cases}$$

On appelle Σ_0^* l'espace engendré par le vecteur α et Σ_1^* celui engendré par la famille des $\beta_k, k \in \mu_1$ précisée ci-dessus. Alors les relations $S_z^* \cdot \alpha = 0, S_2^* \cdot \alpha = 0$ correspondent à $S_z \cdot e_m = 0$ et $S_2 \cdot e_m = 0$, c'est à dire un spin zéro. Les relations $S_z^* \cdot \beta_k = k\beta_k, S_2^* \cdot \beta_k = 2\beta_k$ (pour $k = -, 0, +$) sont identiques à $S_z \cdot e_m = m e_m$ et $S_2 \cdot e_m = 2 e_m$ ($m = -, 0, +$) pour un spin unité. On a $j = 0$ dans le cas de Σ_0^* et $j = 1$ pour Σ_1^* . On a donc la décomposition

$$\Sigma_{1/2} \otimes \Sigma_{1/2} = \Sigma_0^* \oplus \Sigma_1^*.$$

L'interaction de deux spins un demi fournit un espace de spin nul en somme directe avec un espace de spin unité.

Exclusion de Pauli

Nous remarquons que les vecteurs β_k sont des combinaisons symétriques des produits $e_j \otimes e_k$ dans le cas de deux particules identiques, où $\varepsilon_k \equiv e_k$. Le principe de Pauli exclut ces vecteurs comme représentant des fermions si on ne prend pas en compte la composante spatiale de la fonction d'onde. Dans ce cas particulier, il ne reste alors que l'espace Σ_0^* de spin nul, et on peut écrire formellement l'équation entre espaces de spin : $\frac{1}{2} \oplus \frac{1}{2} = 0$.

Bibliographie

- G. Aad et 3170 co-auteurs (ATLAS collaboration), “Observation of a new particle in the search for the standard model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC”, *Physics Letters B*, volume 716, pages 1-29, 2012.
- B. P. Abbott et 1013 co-auteurs (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration), “Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger”, *Physical Review Letters*, volume 116, 061102, 11 février 2016.
- D. Aerts, “Example of a macroscopical classical situation that violates Bell inequalities”, *Lettere al Nuovo Cimento*, volume 34, pages 107-111, 1982.
- B. Alberts, A. Johnson, J. Lewis, D. Morgan, M. Raff, K. Roberts, P. Walter, *Molecular biology of the cell*, Garland Science, New York, 1983, traduction M. Darmon, *Biologie moléculaire de la cellule*, Lavoisier, Paris, 2017.
- R. Alléaume, F. Treussart, G. Messin, Y. Dumeige, J.-F. Roch, A. Beveratos, R. Brouri-Tualle, P. Grangier, “Experimental open air quantum key distribution with a single photon source”, *New Journal of Physics*, volume 6, article 92, 2004.
- P. van Andel, D. Bourcier, *De la sérendipité dans la science, la technique, l’art et le droit ; leçons de l’inattendu*, L’Act Mem, Chambéry, 2009.
- M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, E. A. Cornell, “Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor”, *Science*, volume 269, pages 198-201, 1995.
- E. Andreewsky, “Complexity of the basic unit of language: some parallels in physics and biology”, in *Quantum mechanics, mathematics, cognition and action: proposals for a formalized epistemology* (Éditeurs

- M. Mugur-Schächter et A. van der Merwe), pages 351-367, Kluwer Academic Publishers, 2002.
- L. Angelliaume et E. Carrara, “Mon amant de Saint Jean”, paroles de L. Angelliaume et musique d’E. Carrara, déposée à la SACEM le 9 avril 1940 sous le titre “Les barbeaux de Saint-Jean”, enregistrée par J. Chacun en juin 1942 chez Odéon sous le titre “Mon costaud de Saint-Jean” puis par L. Delyle le 7 juillet 1942 chez Columbia avec le titre “Mon amant de Saint Jean”.
- L. Aragon, *Je n’ai jamais appris à écrire ou Les incipit*, Champs, Flammarion, 1969.
- Archimède de Syracuse, *L’Arénaire*, traduction F. Peyrard, François Buisson, Paris, 1807.
- Aristarque de Samos, *Sur les grandeurs et les distances du Soleil et de la Lune*, traduction A. de Fortia d’Urban, Firmin Didot Père et Fils, libraires, rue Jacob, numéro 24, Paris, 1810.
- G. Arnison et 134 autres auteurs, UA1 Collaboration, CERN, Genève, “Experimental observation of isolated large transverse energy electrons with associated missing energy at $s = 540 \text{ GeV}$ ”, *Physics Letters B*, volume 122, pages 103-116, 1983.
- K. J. Arrow, *Social Choice and Individual Values*, J. Wiley and Sons, New York, 1951.
- M. Asano, A. Khrennikov, M. Ohya, Y. Tanaka, I. Yamato, *Quantum Adaptivity in Biology: From Genetics to Cognition*, Springer, New York, 2015.
- N. Ashby, “Relativity in the Global Positioning System”, *Living Reviews in Relativity*, volume 6, article numéro 1, 2003.
- A. Aspect, conférence publique à l’Université d’Orsay, 02 février 2005.
- A. Aspect, “Viewpoint: Closing the Door on Einstein and Bohr’s Quantum Debate”, *Physics*, volume 8, article 123, 2015.
- A. Aspect, P. Grangier, “De l’article d’Einstein-Podolsky-Rosen à l’information quantique : les stupéfiantes propriétés de l’intrication”, *Einstein*

- aujourd'hui* (Éditrice M. Leduc), CNRS Editions, EDP Sciences, Paris, pages 39-85, 2005.
- A. Aspect, P. Grangier, G. Roger, “Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment: A New Violation of Bell’s Inequalities”, *Physical Review Letters*, volume 49, pages 91-94, 1982.
- H. Atlan, *L’organisation biologique et la théorie de l’information*, Hermann, Paris, 1972.
- H. Atlan, *Entre le cristal et la fumée ; essai sur l’organisation du vivant*, Éditions du Seuil, Paris, 1979.
- H. Atmanspacher, U. Müller-Herold, *From Chemistry to Consciousness ; the legacy of Hans Primas*, Springer, New-York, 2016.
- A. Auffèves, P. Grangier, “Contexts, Systems and Modalities: A New Ontology for Quantum Mechanics”, *Foundations of Physics*, volume 46, pages 121-137, 2016.
- T. de Ávila, *Las Moradas o il Castillo interior*, manuscrit, 1577, édition imprimée par L. de León, Salamanca, 1588, traduction A. Félibien, *Le Château intérieur, ou les Demeures de l’âme*, Frédéric Léonard, Paris, 1670.
- M. Balinski, R. Laraki, “A theory of measuring, electing and ranking”, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, volume 104, number 21, pages 8720-8725, 2007.
- X.-H. Bao, X.-F. Xu, C.-M. Li, Z.-S. Yuan, C.-Y. Lu, J.-W. Pan, “Quantum teleportation between remote atomic-ensemble quantum memories”, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, volume 109, numéro 50, pages 20347-20351, 2012.
- J. Barros, Z. Toffano, Y. Meguebli, B.-L. Doan, “Contextual Query Using Bell Tests”, International Symposium on Quantum Interaction, 2013 *Lecture Notes in Computer Science* (Éditeurs H. Atmanspacher *et al.*), volume 8369, pages 110-121, Springer, New York, 2014.
- R. Barthes, *Le plaisir du texte*, Éditions du Seuil, Paris, 1973.

- I. Basieva, A. Khrennikov, M. Ohya, I. Yamato, “Quantum-like interference effect in gene expression: glucose-lactose destructive interference”, *Systems and Synthetic Biology*, volume 5, pages 59-68, 2011.
- M. Batty, P. Longley, *Fractal Cities, A Geometry of Form and Function*, Academic Press, London, 1994.
- C. Baudelaire, *Les fleurs du mal*, Auguste Poulet-Malassis, Alençon, 1857
- B. de Beauvoir, C. Schwob, O. Acef, L. Jozefowski, L. Hilico, F. Nez, L. Julien, A. Clairon, F. Biraben, “Methodology of the hydrogen and deuterium atoms : determination of the Rydberg constant and Lamb shifts”, *European Physical Journal D*, volume 12, pages 61-93, 2000.
- I. Bedzhov, M. Zernicka-Goetz, “Self-Organizing Properties of Mouse Pluripotent Cells Initiate Morphogenesis upon Implantation”, *Cell*, volume 156, pages 1032-1044, 2014.
- J. Bell, “On the Einstein Podolsky Rosen Paradox”, *Physics*, volume 1, pages 195-200, 1964.
- E. Beltrametti, G. Cassinelli, *The Logic of Quantum Mechanics*, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1981.
- C. H. Bennett, G. Brassard, “Quantum cryptography and its application to probably secure key expansion, public-key distribution, and coin-tossing”, *Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory*, Saint-Jovite (Canada), page 91, septembre 1983.
- A. E. Berg, *The Universal Self-Instructor*, Thomas Kelly, Publisher, New York, 1883.
- C. Berge, *Graphes et hypergraphes*, Dunod, Paris, 1970.
- E. Bernard-Weil, J.-P. Pilleron, “Association between Vasopressin and Corticosteroids in the Palliative Treatment of Advanced Breast Cancer”, *Oncology*, volume 28, pages 492-508, 1973.
- L. von Bertalanffy, *General System Theory: Foundations, Development, Applications*, George Braziller, New York, 1968, traduction J. B. Chabrol, *Théorie générale des systèmes*, Dunod, Paris, 1973.
- G. Birkhoff, J. von Neumann, “The Logic of Quantum Mechanics”, *The Annals of Mathematics*, volume 37, numéro 4, pages 823-843, 1936.

- M. Bitbol, *Mécanique quantique, une introduction philosophique*, Champs, Flammarion, Paris, 1996.
- M. Bitbol, “Holisme et relativité en physique quantique”, Actes du sixième congrès européen de science des systèmes, Paris, *Res-Systemica*, volume 5, article 20, septembre 2005.
- M. Bitbol (Éditeur), *Théorie quantique et sciences humaines*, CNRS Editions, Paris, 2009.
- M. Bitbol, *De l'intérieur du monde ; pour une philosophie et une science des relations*, Flammarion, 2010.
- M. Bitbol *et al.*, “La quantique est la science de la surface des choses”, *Science et Vie*, septembre 2015.
- M. Blasone, P. Jizba, G. Vitiello, *Quantum Field Theory and Its Macroscopic Manifestations; Boson Condensation, Ordered Patterns and Topological Defects*, World Scientific Publishing, Singapour, 2011.
- C. Bobin, *La part manquante*, Gallimard, Paris, 1989.
- C. Bobin, *Le Très-Bas*, Gallimard, Paris 1992.
- D. Bohm, *Quantum Theory*, Prentice-Hall, 1951, “A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of "Hidden" Variables. I, II”, *Physical Review*, volume 85, pages 166-193, 1952.
- J. G. Bohnet, B. C. Sawyer, J. W. Britton, M. L. Wall, A.-M. Rey, M. Foss-Feig, J. J. Bollinger, “Quantum spin dynamics and entanglement generation with hundreds of trapped ions”, *Science*, volume 352, numéro 6291, pages 1297-1301, 2016.
- N. Bohr, “On the constitution of atoms and molecules”, *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, series 6, volume 26, numéro 151, pages 1-25, 1913.
- N. Bohr, *Atomteori og naturbeskrivelse*, L. Bogtrykkeri, Copenhague, 1929, traduction A. Legros et L. Rosenfeld, *La théorie atomique et la description des phénomènes*, Gauthier-Villars, Paris, 1932.
- N. Bohr, “Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete?”, *Physical Review*, volume 48, pages 696-702, 1935.

- N. Bohr, *Atomic Physics & Human Knowledge*, John Wiley & Sons, New York, 1958, traduction E. Bauer et R. Omnès, *Physique atomique et connaissance humaine*, Gauthier Villars, Paris, 1961, révision C. Chevalley, Gallimard, Paris, 1991.
- L. Boltzmann, “Ueber das Wärmegleichgewicht zwischen mehratomigen Gasmolekülen”, *Wiener Berichte*, volume 63, pages 397-418, 1871.
- J.-C. de Borda, “Mémoire sur les leçons au scrutin”, *Histoire de l’Académie Royale des Sciences*, Paris, 1781.
- M. Born, “Zur Quantenmechanik der Stossvorgänge”, *Zeitschrift für Physik* volume 37, pages 863-867, 1926, “Zur Wellenmechanik der Stossvorgänge” *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse*, volume 1926, pages 146-160, 1926.
- M. Born et A. Einstein, *Albert Einstein - Max Born, Briefwechsel 1916-1955, Kommentiert von Max Born, Geleitwort von Bertrand Russell, Vorwort von Werner Heisenberg*, Nymphenburger Verlag, Munich, 1969, traduction P. Leccia, *Albert Einstein, Max Born et Hedwig Born, Correspondance 1916-1955*, Éditions du Seuil, Paris, 1972.
- S. N. Bose, “Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese”, *Zeitschrift für Physik*, volume 26, pages 178-181, 1924.
- A. de Botton, *Essays in love*, Macmillan Publishers, Londres, 1993, traduction R. Las Vergnas, *Petite philosophie de l’amour*, Presses Pocket, Paris, 1997.
- C. Branciard, N. Gisin, B. Kraus, V. Scarani, “Security of two quantum cryptography protocols using the same four qubit states”, *Physical Review A*, volume 72, numéro 3, page 032301, 2005.
- L. de Broglie, *Recherches sur la théorie des quanta*, Thèse de doctorat, Faculté des Sciences, Paris, 1924.
- L. de Broglie, *la physique nouvelle et les quanta*, Flammarion, Paris, 1937.
- R. Brown, “A brief account of microscopical observations made in the months of June, July and August 1827, on the particles contained in

- the pollen of plants”, *Philosophical Magazine and Annals of Philosophy*, volume 4, pages 161-173, 1828.
- M. Brune, E. Hagley, J. Dreyer, X. Maître, A. Maali, C. Wunderlich, J.-M. Raimond et S. Haroche, “Observing the Progressive Decoherence of the “Meter” in a Quantum Measurement”, *Physical Review Letters*, volume 77, pages 4887-4890, 1996.
- P. D. Bruza, K. Kitto, D. L. Nelson, C. L. McEvoy, “Entangling words and meaning”, in *Proceedings of the Second Quantum Interaction Symposium*, 26-28 mars 2008, pages 118-124, College Publications, Oxford, 2008.
- G.-L. Leclerc de Buffon, *Histoire naturelle, générale et particulière, avec la description du Cabinet du Roy*, imprimerie des bâtiments du roi, Paris, 1749-1804.
- J. D. Busemeyer, P. D. Bruza, *Quantum models of cognition and decision*, Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom, 2012.
- S. Carnot, *Réflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres à développer cette puissance*, Bachelier, Paris, 1824.
- P. Cartier, “A primer of Hopf algebras”, Internal report, Institut des Hautes Etudes Scientifiques, Bures sur Yvette, 2006.
- P. Cartier, C. DeWitt-Morette, *Functional Integration: Action and Symmetries*, Cambridge University Press, 2006.
- D. Chalmers, “First-Person Methods in the Science of Consciousness”, *Consciousness Bulletin*, University of Arizona, 1999.
- J.-P. Changeux, “The molecular biology of consciousness investigated with genetically modified mice , Ferrier Lecture 1998”, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Biological Sciences*, volume 361, pages 2239-2259, 2006.
- K. Chang, S. Refsdal, “Flux Variations of QSO Q0957+561 A, B and image splitting by stars Near the Light Path”, *Nature*, volume 282, pages 561-564, 1979.
- C. Chevalley, “Complémentarité et langage dans l’interprétation de Copenhague”, *Revue d’histoire des sciences*, volume 38, pages 251-292, 1985.

- G. Claridge, S. Canter, W. Hume, “Personality Differences and Biological Variations: a Study of Twins”, *International Series of Monographs in Experimental Psychology*, volume 18, Pergamon Press, Oxford, New York, 1973.
- J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony, R. A. Holt, “Proposed experiment to test local hidden-variable theories”, *Physical Review Letters*, volume 23, pages 880-884, 1969.
- C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Laloë, *Mécanique quantique*, Hermann, Paris, 1977.
- C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg, *Processus d’interaction entre photons et atomes*, CNRS Editions, Paris, 1988.
- G. Cohen-Tannoudji, M. Spiro, *La matière-espace-temps ; la logique des particules élémentaires*, Fayard, Paris, 1984.
- J.-F. Colonna, voir le site www.lactamme.polytechnique.fr, 1992.
- N. de Condorcet, *Essai sur l’application de l’analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix*, Imprimerie Royale, Paris, 1785.
- A. Connes, M. Marcolli, *Noncommutative Geometry, Quantum Fields and Motives*, American Mathematical Society, Colloquium Publications, volume 55, 2008.
- N. Copernici Torinensis, *De revolutionibus orbium coelestium*, Johannes Petreius, Nuremberg, 1543, traduction A. Koyré, *Des Révolutions des orbés célestes*, Albert Blanchard, Paris, 1970.
- M. L. Cowan, B. D. Bruner, N. Huse, J. R. Dwyer, B. Chugh, E. T. J. Nibbering, T. Elsaesser, R. J. D. Miller, “Ultrafast memory loss and energy redistribution in the hydrogen bond network of liquid H₂O”, *Nature*, volume 434, numéro 7030, pages 199-202, 2005.
- J. de Yepes Álvarez (Jean de la Croix), “La noche oscura”, manuscrit, 1584, in *Obras espirituales que encaminan a vna alma a la perfecta vnion con Dios*, Andres Sanches Ezpeleta, Alcalá de Henares, 1618, traduction G. Gaultier, “*La nuit obscure*”, chez Adrian Taupinart, rue Saint Jacques, Paris, 1622.

- M. L. Dalla Chiara, R. Giuntini, R. Leporini, G. Sergioli, *Quantum Computation and Logic; How Quantum Computers Have Inspired Logical Investigations*, Springer, New York, 2018.
- S. Debnath, N. M. Linke, C. Figgatt, K. A. Landsman, K. Wright, C. Monroe, “Demonstration of a small programmable quantum computer with atomic qubits”, *Nature*, volume 536, pages 63-66, 2016.
- J. Delay, *L'électricité cérébrale*, Presses Universitaires de France, Paris, 1950.
- E. Del Giudice, G. Preparata, G. Vitiello, “Water as a free electric dipole laser”, *Physical Review Letters*, volume 61, pages 1085-1088, 1988.
- R. Descartes, *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison, et chercher la vérité dans les sciences*, Jean Maire, Leyde, 1637.
- R. Descartes, *Meditationes de prima philosophia*, 1641, traduction L. C. de Luynes, *Méditations métaphysiques*, 1647, Garnier-Flammarion, Paris, 1979.
- A. Desjardins, *La voie du cœur*, La Table ronde, Paris, 1987.
- M.-T. Dinh-Audouin, D. Olivier, P. Rigny, *Chimie et cerveau*, EDP Sciences, Paris, 2015.
- P. A. M. Dirac, “On the Theory of Quantum Mechanics”, *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, volume 112, numéro 762, pages 661-677, 1926.
- P. A. M. Dirac, *The Principles of Quantum Mechanics*, Oxford University Press, 1930.
- P. A. M. Dirac, “Quantised Singularities in the Electromagnetic Field”, *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, volume 133, pages 60-72, 1931.
- J. Dixmier, *Cours de premier cycle*, Gauthier-Villars, Paris, 1976.
- G. Donnadiou, J. Lorigny, “Les Systèmes symboliques : des objets à identifier”, *Res Systemica*, volume 9, article 1, 2011.
- A. Douady, J. H. Hubbard, avec la collaboration de P. Lavaurs, T. Lei et P. Sentenac, *Etude dynamique des polynômes complexes*, Documents mathématiques, Société Mathématique de France, Paris, 2007.

- A. Douady, F. Tisseyre, D. Sørensen, *La Dynamique du lapin*, film didactique, Atelier "Ecouter Voir", Paris, 1996.
- F. Dubois, "Hypothèse fractaquantique", *Res-Systemica*, volume 2, article 21, 2002.
- F. Dubois, "Pistes fractaquantiques", *Res-Systemica*, volume 4, numéro 2, article 02, 2004.
- F. Dubois, "On Fractaquantum Hypothesis", *Res-Systemica*, volume 5, article 55, 2006.
- F. Dubois, "L'intelligence est dans les boucles !", table ronde lors des Journées Afscet au Moulin d'Andé, afscet.asso.fr/halfsetkafe/textes-2007/boucles.pdf, 2007.
- F. Dubois, "On the measure process between different scales", *Res-Systemica*, volume 7, workshop on quantum mechanics and system science, 2008.
- F. Dubois, "On Voting process and Quantum Mechanics", *Lecture Notes in Artificial Intelligence*, volume 5494 (Éditeurs P. Bruza *et al.*), pages 200-210, Springer, New York, 2009.
- F. Dubois, "Double découverte et sérendipité", in *La Sérendipité. Le hasard heureux* (Éditeurs D. Bourcier et P. van Andel), pages 239-247, Hermann, Paris, 2011.
- F. Dubois, "A quantum approach for determining a state of the opinion", atelier "Quantum Decision Theory" organisé par J. Busemeyer au sein du symposium "Foundations and Applications of Utility, Risk and Decision Theory", Atlanta, Georgie, USA, 30 juin-03 juillet 2012, cen.gsu.edu/fur2012/fullpapers/fdubois.pdf, 21 avril 2012.
- F. Dubois, "Acupuncture, embryologie et états macroscopiques intriqués", *Res-Systemica*, volume 12, article 11, 2014.
- F. Dubois, "De la dualité "sujet-objet" à la relation "observateur-observé"", *Res-Systemica*, volume 12, article 12, 2014.
- F. Dubois, "On macroscopic intricate states", *Kybernetes*, volume 47, numéro 2, pages 321-332, doi/abs/10.1108/K-04-2017-0143, 2017.
- F. Dubois, "Médiateurs fractaquantiques", *Res-Systemica*, volume 18, article 08, 2018.

- F. Dubois, I. Greff, T. Hélie, “On least action principles for discrete quantum scales”, *Lecture Notes in Computer Science*, volume 7620 (Éditeurs J. Busemeyer *et al.*), pages 13-23, Springer, New York, 2012.
- F. Dubois, A. Lambert-Mogiliansky, “Transparency in Public Life: A Quantum Cognition Perspective”, Proceedings du colloque “Quantum Interaction-8th International Symposium QI2014”, Filzbach, Switzerland, 30 June -03 July 2014, *Lecture Notes in Computer Science*, volume 8951 (Éditeurs H. Atmanspacher *et al.*), pages 210-222, Springer, New York, 2015.
- F. Dubois, C. Miquel, “Vers un modèle quantique pour la méditation”, *Acta Europeana Systemica*, numéro 4, symposium on mathematical modeling of complex systems, 2014, traduction anglaise C. Couratier et F. Dubois, “Towards a Quantum Model for Meditation”, *Advances in Systems Science and Applications*, volume 15, pages 99-119, 2015.
- F. Dubois et C. Miquel, “Méditation sans objet, non dualité et physique quantique”, *Res-Systemica*, volume 14, article 02, 2015, voir aussi “Méditation, non dualité et physique quantique”, independent.academia.edu/miquelchristian, décembre 2016.
- F. Dubois, Z. Toffano, “Eigenlogic: a Quantum View for Multiple-Valued and Fuzzy Systems”, *Lecture Notes in Computer Science*, volume 10106 (Éditeurs J.A. de Barros *et al.*), pages 239-251, Springer, New York, 2017.
- J.-P. Dumont, *Les Présocratiques*, traduction du grec ancien D. Delattre, J.-P. Dumont et J.-L. Poirier, Pléiade, Paris, 1988.
- J. W. Dundee, R. G. Ghaly, K. T. Fitzpatrick, W. P. Abram, G. A. Lynch, “Acupuncture prophylaxis of cancer chemotherapy-induced sickness”, *Journal of the Royal Society of Medicine*, volume 82, numéro 4, pages 268-271, 1989.
- M. Duras, *Écrire*, Gallimard, Paris, 1993.
- F. W. Dyson, A. S. Eddington, C. Davidson, “A Determination of the Deflection of Light by the Sun’s Gravitational Field, from Observations Made at the Total Eclipse of May 29, 1919”, *Proceedings of the Royal Society A*, pages 291-333, 1920.

- A. Einstein, “Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen”, *Annalen der Physik*, volume 17, pages 549-560, 1905.
- A. Einstein, “Zur Elektrodynamik bewegter Körper”, *Annalen der Physik*, volume 17, pages 891-921, 1905.
- A. Einstein, “Zur Quantentheorie der Strahlung” [On the Quantum Theory of Radiation], *Physikalische Zeitschrift*, volume 18, pages 121-128, 1917.
- A. Einstein, “Quantentheorie des einatomigen idealen Gases”, *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften, Physikalisch-mathematische Klasse*, pages 261-267, 1924.
- A. Einstein, *Mein Weltbild*, Rudolf Kayser, 1934, Carl Seelig, 1954, *The World As I See It*, John Lane, The Bodley Head, London, 1935, traduction G. Cros, *Comment je vois le monde*, Flammarion, Paris, 1934, édition remaniée par R. Hanrion, Flammarion, Paris, 1979.
- A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen, “Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete?”, *Physical Review*, volume 47, pages 777-780, 1935.
- A. K. Ekert, “Quantum cryptography based on Bell’s theorem”, *Physical Review Letters*, volume 67, pages 661-663, 1991.
- F. Englert, R. Brout, “Broken Symmetry and the Mass of Gauge Vector Mesons”, *Physical Review Letters*, volume 13, pages 321-323, 1964.
- Épicure, *Lettre à Hérodoté*, traduction O. Hamelin, *Revue de Métaphysique et de Morale*, volume 18, pages 397-440, 1910.
- B. d’Espagnat, *A la recherche du réel, le regard d’un physicien*, Gauthier-Villars, Paris, 1979.
- B. d’Espagnat, *Le réel voilé ; analyse des concepts quantiques*, Fayard, Paris, 1994.
- B. d’Espagnat, *Traité de physique et de philosophie*, Fayard, Paris, 2002.
- M. Evans, M. Kaufman, “Establishment in culture of pluripotential cells from mouse embryos”, *Nature*, volume 292, pages 154-156, 1981.

- M. Fanon, *Avec Fanon*, Columbia Broadcasting System (CBS) disques, Neuilly sur Seine, 1963.
- T. Farrow, V. Vedral, “Classification of macroscopic quantum effects” *Optics Communications*, volume 337, pages 22-26, 2015.
- E. Fermi, “Sulla quantizzazione del gas perfetto monoatomico”, *Rendiconti Accademia Lincei*, volume 3, pages 145-149, 1926.
- E. Fermi, “Tentativo di una teoria dell’emissione dei raggi beta”, *La Ricerca Scientifica*, volume 2, pages 491-495, 1933.
- R. Feynman, “Space-Time Approach to Quantum Electrodynamics”, *Physical Review*, volume 76, pages 769-789, 1949.
- R. Feynman, *The Character of Physical Law*, 1965, *What is science*, 1966, *Nobel conference*, 1966, traduction H. Isaac, J.-M. Levy-Leblond et F. Balibar, *La Nature de la physique*, Seuil, Paris, 1980.
- R. Feynman, “The Behavior of Hadron Collisions at Extreme Energies”, in *High Energy Collisions: Third International Conference at Stony Brook* (Éditeur C.-N. Yang), pages 237-249, N.Y. Gordon & Breach, New York, 1969.
- R. Feynman, “Simulating physics with computers”, *International Journal of Theoretical Physics*, volume 21, numéro 6-7, pages 467-488, 1982.
- M. Fierz, “Ueber die relativistische Theorie kräftefreier Teilchen mit beliebigem Spin”, *Helvetica Physica Acta*, volume 12, pages 3-37, 1939.
- T. Filk, ‘Quantum’ and ‘quantum-like’ ; *an introduction to quantum theory and its applications in cognitive and social sciences*, Institute of Advanced Studies of Köszeg (iASK, Hongrie), 2020.
- T. Filk, A. von Müller, “Quantum physics and consciousness: the quest for a common conceptual foundation”, *Mind and Matter*, volume 7, pages 59-79, 2009.
- G. K. Francis, L. H. Kauffman, “Air on the Dirac Strings”, *The Mathematical Legacy of Wilhelm Magnus Groups, Geometry and Special Functions* (Éditeurs W. Abikoff, J. S. Birman et K. Kuiken), *Contemporary Mathematics*, volume 169, pages 261-276, 1994.

- P. Frankhauser, *La fractalité des structures urbaines*, thèse, Paris, Anthropos-Economica, 291 pages, 1994.
- B. Franklin, *Experiments and Observations on Electricity*, E. Cave at St. John's Gate, Londres, 1751.
- S. Freud, *Massenpsychologie und Ich-Analyse*, Internationaler Psychoanalytischer Verlag, Leipzig, 1921, traduction S. Jankélévitch, "Psychologie des foules et analyse du moi", in *Essais de psychanalyse*, pages 83-176, Payot, Paris, 1963.
- S. Freud, *Das Ich und das Es*, Internationaler Psychoanalytischer Verlag, Leipzig, 1923, traduction S. Jankélévitch, "Le moi et le ça", in *Essais de Psychanalyse*, pages 177-234, Payot, Paris, 1968.
- J. I. Friedman, H. W. Kendall, "Deep Inelastic Electron Scattering", *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, volume 22, pages 203-254, 1972.
- G. Galilei, *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*, Per Gio:Batista Landini, Florence, 1632, traduction R. Fréreau et F. de Gandt, *Dialogue sur les deux grands systèmes du monde*, Seuil, Paris, 1992.
- M. Gell-Mann, "A Schematic Model of Baryons and Mesons", *Physics Letters*, volume 8, pages 214-215, 1964.
- M. Gell-Mann, *The Quark and the Jaguar; Adventures in the Simple and the Complex*, W. H. Freeman, 1994, traduction G. Minot, *Le quark et le jaguar; voyage au cœur du simple et du complexe*, Albin Michel, Paris, 1995.
- W. Gerlach, O. Stern, "Der experimentelle Nachweis der Richtungsquantelung im Magnetfeld", *Zeitschrift für Physik*, volume 9, pages 349-352, 1922.
- S. Gerlich *et al.*, "Quantum interference of large organic molecules", *Nature Communications*, volume 2, article number 263, 2011.
- J. Gibbs, *Elementary principles in statistical mechanics*, Charles Scribner's sons, New York, 1902.
- S. F. Gilbert (Éditeur), *Developmental Biology*, 9e édition, Sinauer Associates, Sunderland (MA), 2006.

- N. Gisin, G. Ribordy, W. Tittel, H. Zbinden, “Quantum cryptography”, *Reviews of Modern Physics*, volume 74, numéro 1, pages 145-195, 2002.
- N. Gisin, *L’impensable hasard ; non-localité, téléportation et autres merveilles quantiques*, préface d’A. Aspect, Odile Jacob, Paris, 2016.
- C. Godbillon, *Eléments de topologie algébrique*, Hermann, Paris, 1971.
- M. Gondran et A. Gondran, “Numerical simulation of the double slit interference with ultracold atoms”, *American Journal of Physics*, volume 73, pages 507-515, 2005.
- M. Gondran et A. Gondran, *Mécanique quantique : et si Einstein et de Broglie avaient aussi raison ?*, Éditions Matériologiques, Paris, 2014.
- J. Gracq, *En lisant en écrivant*, José Corti, Paris, 1980.
- S. T. Grafton, M. A. Arbib, L. Fadiga, G. Rizzolatti, “Localization of grasp representations in humans by positron emission tomography”, *Experimental Brain Research*, volume 112, pages 103-111, 1996.
- P. Grangier, “Contextual objectivity: a realistic interpretation of quantum mechanics”, *European Journal of Physics*, volume 23, pages 331-337, 2002.
- A. Grinbaum, F.-D. Sebbah, *Mécanique des étreintes : intrication quantique*, Les Belles Lettres, Paris, 2014.
- D. Gross, F. Wilczek, “Ultraviolet Behavior of Non-Abelian Gauge Theories”, *Physical Review Letters*, volume 30, pages 1343-1346, 1973.
- Y. Guilcher, *La danse traditionnelle en France ; d’une civilisation paysanne à un loisir revivaliste*, Modal Folio, Fédération des Acteurs et Actrices de Musiques et Danses Traditionnelles, Parthenay, 1998.
- G. S. Guralnik, C. R. Hagen, T. W. B. Kibble, “Global Conservation Laws and Massless Particles”, *Physical Review Letters*, volume 13, pages 585-587, 1964.
- S. Hameroff, R. Penrose, “Orchestrated reduction of quantum coherence in brain microtubules: A model for consciousness”, in: *Toward a Science of Consciousness ; The First Tucson Discussions and Debates* (Éditeurs S.R. Hameroff, A.W. Kaszniak et A.C. Scott), pages 507-540,

- Massachusetts Institute of Technology Press, Cambridge, Massachusetts, 1996.
- S. Hameroff, R. Penrose, “Consciousness in the universe: A review of the ‘Orch OR’ theory”, *Physics of Life Reviews*, volume 11, numéro 1, pages 39-78, 2014.
- A. J. Hanson, *Visualizing quaternions*, Morgan Kaufmann, San Francisco, Californie, 2006.
- S. D. Hatfield, H. R. Shcherbata, K. A. Fischer, K. Nakahara, R. W. Carthew, H. Ruohola-Baker H., “Stem cell division is regulated by the microRNA pathway”, *Nature*, volume 435, pages 974-978, 2005.
- F. Hausdorff, “Dimension und äußeres Maß”, *Mathematische Annalen*, volume 79, pages 157-179, 1919.
- E. Haven, A. Khrennikov, *Quantum Social Science*, Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom, 2013.
- M. Heidegger, *Sein und Zeit*, Max Niemeyer, Tübingen, 1927, traduction R. Boehm et A. de Waelhens, *Être et temps*, Gallimard, Paris, 1964.
- W. Heisenberg, “Ordnung der Wirklichkeit”, *Werner Heisenberg: Gesammelte Werke, Series C* (Éditeurs W. Blum, H.-P. Dürr, H. Rechenberg), Piper, Munich, 1984, traduction C. Chevalley, *Le manuscrit de 1942*, Seuil, Paris, 1998.
- W. Heisenberg, *Der Teil und das Ganze ; Gespräche im Umkreis der Atomphysik*, Piper & Co. Verlag, Munich, 1969, traduction P. Kessler, *La Partie et le tout*, Albin Michel, Paris, 1972.
- W. Heisenberg, *Wandlungen in den Grundlagen der Naturwissenschaft*, Hirzel, Stuttgart, 1947, traduction U. Karvelis et A.-E. Leroy, *La nature dans la physique contemporaine*, Gallimard, Paris, 1962.
- W. Heisenberg, *Physics and Philosophy: The Revolution in Modern Science*, George Allen & Unwin Ltd, Crows Nest, New South Wales, Australia, 1958, traduction J. Hadamard, *Physique et philosophie*, Albin Michel, Paris, 1971.
- M. Hénon, “A Two-Dimensional Mapping with a Strange Attractor”, *Communications in Mathematical Physics*, volume 50, pages 69-77, 1976.

- H. Hertz, “Ueber sehr schnelle electrische Schwingungen”, *Annalen der Physik*, volume 267, numéro 7, pages 421-448, 1887.
- P. W. Higgs, “Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons”, *Physical Review Letters*, volume 13, pages 508-509, 1964.
- F. Hund, “Zur Deutung einiger Erscheinungen in den Molekelspektren”, *Zeitschrift für Physik*, volume 36, pages 657-674, 1926.
- Ibn 'Arabi, *Kitâb al-isfâr an natâ'ij al-asfâr*, fin 12e siècle, traduction D. Grill, *Le Dévoilement des effets du voyage*, édition bilingue arabe-français, Éditions de l'Éclat, Paris, 1994.
- A. Jacquard, *Éloge de la différence ; la génétique et les hommes*, Seuil, Paris, 1978.
- A. Jacquard, *De l'angoisse à l'espoir. Leçons d'écologie humaine*, Calmann-Lévy, Paris, 2002.
- S. Jaffard, “Introduction”, *Quelques interactions entre analyse, probabilités et fractals*, Panoramas et Synthèses, numéro 32, pages 1-55, Société Mathématique de France, 2010.
- P. Jouguet, S. Kunz-Jacques, A. Leverrier, E. Diamanti, P. Grangier, “Experimental demonstration of long-distance continuous-variable quantum key distribution”, *Nature Photonics*, volume 7, pages 378-381, 2013.
- G. Julia, “Mémoire sur l'itération des fonctions rationnelles”, *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*, 8e série, volume 1, pages 47-245, 1918.
- C.-G. Jung, *Das Wandlungssymbol in der Messe*, Rascher, Zurich, 1954, traduction Y. Le Lay, *Les racines de la conscience ; étude sur l'archétype*, Buchet-Chastel, Lausanne, Paris, 1954.
- E. Kant, *Kritik der reinen Vernunft*, J.-F. Hartknoch, Riga, 1781, 1787, traduction J. Barni, *Critique de la raison pure*, Germer-Baillière, Paris, 1869.
- A. Kastler, réponse à une question de la salle, suite à un exposé à l'École normale supérieure (salle Dussane) au début des années quatre vingts du vingtième siècle.

- W. Ketterle, H.J. Miesner, “Coherence properties of Bose-Einstein condensates and atom lasers”, *Physical Review A*, volume 56, pages 3291-3293, 1997.
- A. Khrennikov, “Classical and quantum mechanics on information spaces with applications to cognitive, psychological, social and anomalous phenomena”, *Foundations of Physics*, volume 29, numéro 7, pages 1065-1098, 1999.
- A. Khrennikov, “Towards information lasers”, *Entropy*, volume 17, pages 6969-6994, 2015.
- A. Khrennikov, *Social Laser ; Application of Quantum Information and Field Theories to Modeling of Social Processes*, Jenny Stanford Publishing, New York, 2019.
- A. Khrennikov, Z. Toffano, F. Dubois, “Concept of information laser: from quantum theory to behavioural dynamics”, *The European Physical Journal, Special Topics*, volume 227, numéro 15-16, pages 2133-2153, 2019.
- K. Kieslowski, *Podwójne życie Weroniki, La double vie de Véronique*, Sideral Films, Le Lignon (Suisse), 1991.
- H. von Koch, “Sur une courbe continue sans tangente, obtenue par une construction géométrique élémentaire”, *Arkiv for Matematik*, volume 1, pages 681-704, 1904.
- A. N. Kolmogorov, *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Springer, Berlin, 1933.
- P. Kourilsky, *Le Jeu du hasard et de la complexité ; la nouvelle science de l'immunologie*, Odile Jacob, Paris, 2014.
- J. Krishnamurti, *The Immortal Friend*, Boni & Liveright, New York, 1928, traduction française *L'immortel ami*, Éditions Adyar, Paris, 1947.
- F. Laloë, *Les symétries en mécanique quantique*, Notes de cours de Diplôme d'Études Approfondies (1980), *Cours en ligne*, cel-00092953, Archives ouvertes, CNRS, Paris, 2006.
- F. Laloë, *Comprenons-nous vraiment la mécanique quantique ?*, EDP Sciences, Paris, 2011.

- F. Laloë, *Symétries continues*, préface de P. Grangier, CNRS Éditions, 2021.
- A. Lambert-Mogiliansky, F. Dubois, “Our (represented) World: A Quantum-Like Object”, in *Contextuality from Quantum Physics to Psychology* (Éditeurs E. Dzhafarov, S. Jordan, R. Zhang et V. Cervantes), *Advanced Series on Mathematical Psychology*, volume 6, chapitre 16, pages 367-386, World Scientific, Singapour, 2016.
- L. Landau, E. Lifchitz, *Kbahtobar Mexahnkn*, Moscou, 1947, traduction E. Gloukhian, *Mécanique quantique*, Cours de physique théorique, volume 3, Mir, Moscou, 1974.
- P. Langevin, “L’évolution de l’espace et du temps”, *Scientia*, volume 10, pages 31-54, 1911.
- H. M. Langevin, J. A. Yandow, “Relationship of acupuncture points and meridians to connective tissue planes”, *The anatomical records*, volume 269, pages 257-265, 2002.
- J. Langman, T.W. Sadler, R. Pagès, G. Belaisch, J. Leland, *Embryologie médicale*, 8ième édition, Pradel, Groupe Liaisons, Rueil-Malmaison, 531 pages, 2007.
- J. Laskar, “Large Scale Chaos and Marginal Stability in the Solar System”, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, volume 64, pages 115-162, 1996.
- P. Laszlo, *Le Phénix et la salamandre : Histoires de sciences*, Le Pommier, Paris, 2004.
- G. Le Bon, *Psychologie des foules*, 1895, nouvelle édition, Presses Universitaires de France, Paris, 1963.
- F. Le Lionnais, R. Queneau, I. Calvino, G. Perec, J. Roubaud, J. Bens, *La littérature potentielle*, Gallimard, Paris, 1973.
- J. Lelong-Ferrand, J.M. Arnaudies, *Cours de mathématiques*, Dunod, Paris, 1974.
- G. Lemaître, “Un univers homogène de masse constante et de rayon croissant rendant compte de la vitesse radiale des nébuleuses extra-galactiques”, *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles*, volume A47, pages 49-59, 1927.

- J.-L. Le Moigne. *La théorie du système général*, Presses Universitaires de France, Paris, 1977.
- E. N. Lorenz, “Deterministic Nonperiodic Flow”, *Journal of the Atmospheric Sciences*, volume 20, pages 130-141, 1963.
- K. Lorenz, “Ganzheit und Teil in der tierischen und menschlichen Gesellschaft”, *Studium Generale*, volume 3, pages 455-499, 1950, traduction C. et P. Fredet, “Le tout et la partie dans la société animale et humaine ; un débat méthodologique”, in *Trois essais sur le comportement animal et humain*, Seuil, Paris, 1970.
- A. J. Lotka, *Elements of Physical Biology*, Williams & Wilkins Company, Baltimore, 1925.
- J. E. Lovelock, “Gaia as seen through the atmosphere”, *Atmospheric Environment*, volume 6, pages 579-580, 1972.
- Lucrèce, *De rerum natura*, premier siècle avant Jésus-Christ, traduction J. Pigeaud, *La nature des choses*, Gallimard, Paris, 2010.
- S. Lupasco, *L'expérience microphysique et la pensée humaine*, Fundatia Regala Pentru Literatura si Arta, Bucarest, 1940.
- S. Lupasco, *Logique et contradiction*, Presses Universitaires de France, Paris, 1947.
- R. McConnell, H. Zhang, J. Hu, S. Čuk, V. Vuletić, “Entanglement with Negative Wigner Function of Three Thousand Atoms Heralded by One Photon”, *Nature*, volume 519, pages 439-442, 2015.
- J. McFadden, *Quantum Evolution ; the new science of life*, HarperCollins Publishers, London, 2000.
- P. Malliavin, “Stochastic calculus of variation and hypoelliptic operators”, in *Proceedings of the International Symposium on Stochastic Differential Equations*, Kyoto, 1976 (Éditeur K. Itô), pages 195-263, Kinokuniya Book-Store, Tokyo, 1978.
- P. Malliavin, *Stochastic analysis*, Springer, New York, 1997.
- B. Mandelbrot, *Les Objets fractals, forme, hasard et dimension*, Flammarion, Paris, 1973.

- B. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature*, W. H. Freeman and Co., New York, 1982.
- G. Martin, “Isolation of a pluripotent cell line from early mouse embryos cultured in medium conditioned by teratocarcinoma stem cells”, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, volume 78, pages 7634-7638, 1981.
- H. Maturana, F. Varela, *De máquinas y seres vivos. Autopoiesis: la organización de lo vivo*, Editorial Universitaria, Santiago de Chile, 1972, *Autopoiesis and Cognition: the Realization of the Living*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, Holland, 1980.
- B. Mauroy, M. Filoche, E.R. Weibel, B. Sapoval, “An optimal bronchial tree may be dangerous”, *Nature*, volume 427, pages 633-636, 2004.
- J. C. Maxwell, *A treatise on electricity and magnetism* (deux volumes), Clarendon Press, Oxford, 1873.
- D. Mendeleiev, “Relation entre les propriétés et le poids atomique des éléments” (en russe), *Zhurnal, Russian Chemical Society*, volume 1, pages 60-77, 1869, traduction en allemand : “Ueber die Beziehungen der Eigenschaften zu den Atomgewichten der Elemente”, *Zeitschrift für Chemie*, volume 12, pages 405-406, 1869, traduction en anglais : “On the Correlation Between the Properties of the Elements and their Atomic Weights”.
- D. Mermin, “Quantum mechanics: fixing the shifty split”, *Physics Today*, volume 65, pages 8-10, 2012.
- A. Messiah, *Mécanique quantique*, Dunod, Paris, 1959.
- E. Morin, *La Méthode*, tome 2, *La vie de la vie*, Le Seuil, Paris, 1980.
- C. Misner, K. Thorne, J. A. Wheeler, *Gravitation*, Freeman, San Francisco, 1973.
- M. Mugur-Schächter, *Sur le tissage des connaissances*, Hermès, Paris, 2006.
- M. Mugur-Schächter, *Infra-mécanique quantique*, Éditions Dianoïa, Chenevières sur Marne, 2009, voir aussi arXiv:0801.1893, janvier 2008.
- A. Muller, H. Zbinden, N. Gisin, “Quantum cryptography over 23 km in installed under-lake telecom fibre”, *Europhysics Letters*, volume 33,

- numéro 5, pages 335-339, 1996.
- S. Müller, T. Opillard, “Genèse du journal”, *les Actes de Lecture*, volume 101, pages 23-27, 2008.
- R. S. Mulliken, “Electronic States and Band Spectrum Structure in Diatomic Molecules. IV. Hund’s Theory; Second Positive Nitrogen and Swan Bands; Alternating Intensities”, *Physical Review*, volume 29, pages 637-649, 1927.
- T. Nagel, *Minds and Cosmos. Why the materialist neo-darwinian conception of nature is almost certainly false*, Oxford University Press, New York, 2012.
- O. Nairz, M. Arndt and A. Zeilinger, “Quantum interference experiments with large molecules”, *American Journal of Physics*, volume 71, pages 319-325, 2002.
- J. von Neumann, *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*, Springer, Berlin, 1932, traduction anglaise R.T. Beyer : *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1955.
- L. Nottale, *Fractal Space-Time and Microphysics: Towards a Theory of Scale Relativity*, World Scientific Publishing, Singapore, 1993.
- E. Nunez, communication personnelle, journées annuelles de l’Association Française de Science des Systèmes Cybernétiques Cognitifs Et Techniques, Moulin d’Andé, 18 mai 2003.
- E. Nunez, “L’indiscernabilité et ses répercussions adaptatives : de la physique quantique à la sociologie” [texte d’octobre 2009], *Res Systemica*, volume 18, article 1, automne 2018.
- N. Ofek, A. Petrenko, R. Heeres, P. Reinhold, Z. Leghtas, B. Vlastakis, Y. Liu, L. Frunzio, S. M. Girvin, L. Jiang, M. Mirrahimi, M.H. Devoret, R. J. Schoelkopf, “Extending the lifetime of a quantum bit with error correction in superconducting circuits”, *Nature*, volume 536, pages 441-445, 2016.
- E. J. O’Reilly, A. Olaya-Castro, “Non-classicality of the molecular vibration assisting exciton energy transfer at room temperature”, *Nature*

- communications*, volume 5, article numéro 3012, 2014.
- J. Pariente, P. White, R. S. J. Frackowiak, G. Lewith, “Expectancy and belief modulate the neuronal substrates of pain treated by acupuncture”, *NeuroImage*, volume 25, numéro 4, pages 1161-1167, 2005.
- B. Pascal, *Pensées sur la religion et sur quelques autres sujets*, Guillaume Desprez, rue Saint Jacques à Saint Prosper, Paris, 1670.
- W. Pauli, *Die Allgemeinen Prinzipien der Wellenmechanik*, in *Handbuch der Physik*, volume 2, part 23, pages 83-272, Berlin, 1933, *General Principles of Quantum Mechanics*, Springer, Berlin, 1980.
- W. Pauli, “The Connection Between Spin and Statistics”, *Physical Review*, volume 58, pages 716-722, 1940.
- R. Penrose, *The Emperor’s New Mind: Concerning Computers, Minds and The Laws of Physics*, Oxford University Press, 1989, traduction F. Balian et C. Tiercelin, *L’Esprit l’ordinateur et les lois de la physique*, avec une préface de M. Gardner, InterÉditions, Paris, 1992.
- G. Perec, *La disparition*, Gallimard, Paris, 1969.
- J. Perrin, “L’agitation moléculaire et le mouvement brownien”, *Comptes-rendus de l’Académie des Sciences*, volume 146, pages 967-970, 1908, voir aussi *Les atomes*, Flammarion, Paris, 1913.
- C. Petitmengin, “L’énaction comme expérience vécue”, *Intellectica*, volume 43, pages 85-92, 2006.
- J. Piaget, *La naissance de l’intelligence chez l’enfant*, Delachaux et Niestlé, Neuchâtel, 1936.
- M. Planck, “Ueber das Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum”, *Annalen der Physik*, volume 4, pages 553-563, 1901.
- Plutarque, “Adversus Colotem”, traduction D. Richard, “Contre l’épicurien Colotès”, *Œuvres morales, tome V*, Lefèvre éditeur, Paris, 1844.
- H. Poincaré, *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, Éditions Gauthiers-Villars, Paris, 1892.
- D. Politzer, “Reliable perturbative results for strong interactions?”, *Physical Review Letters*, volume 30, pages 1346-1349, 1973.

- R. Redon *et al.*, “Global variation in copy number in the human genome”, *Nature*, volume 444, pages 444-454, 2006.
- L. M. Ricciardi, H. Umezawa, “Brain and physics of many-body problems”, *Kybernetik*, volume 4, pages 44-48, 1967.
- K. van Rijsbergen, *The Geometry of Information Retrieval*, Cambridge University Press, Cambridge, England, 2004.
- R. Rivest, A. Shamir, L. Adleman, “A Method for Obtaining Digital Signatures and Public-Key Cryptosystems”, *Communications of the Association for Computing Machinery*, volume 21, pages 120-126, 1978.
- F. Roddier, *Thermodynamique de l'évolution ; un essai de thermo-bio-sociologie*, Éditions Parole, Artignosc-sur-Verdon, 2012.
- P. de Ronsart, *Ode XVII à Cassandre, Les Quatre premiers livres des Odes de P. de Ronsard Vandomois, Dediés au Roy*, A Paris. Chez la veufve Maurice de la Porte, au clos Bruneau, à l'enseigne saint Claude, 1555. Avec privilege du Roy (Achevé d'imprimer le XXV de Janvier 1555). Edition moderne *Mignonne allons voir si la rose et autres poèmes*, Hatier, Paris, 2018.
- C. Rovelli, “Relational quantum mechanics”, *International Journal of Theoretical Physics*, volume 35, pages 1637-1678, 1996.
- C. Rovelli, *Quantum Gravity*, Cambridge University Press, Cambridge, England, 2004.
- D. Ruelle, F. Takens. “On the nature of turbulence”, *Communication in Mathematical Physics*, volume 20, pages 167-192, 1971.
- E. Rutherford, “The scattering of α and β particles by matter and the structure of the atom”, *Philosophical Magazine*, volume 21, pages 669-688, 1911.
- J. R. Rydberg. “Recherches sur la constitution des spectres d'émission des éléments chimiques”, *Kongliga Svenska Vetenskaps-Akademiens Handlingar*, 2e série, volume 23, numéro 11, pages 1-160, 1889.
- A. de Saint Exupéry, *Le Petit Prince*, Reynal and Hitchcock, New York, 1943.

- J. Salem, *L'Atomisme antique ; Démocrite, Épicure, Lucrèce*, Librairie Générale Française, Paris, 1997.
- B. Sapoval, *Universalités et fractales. Jeux d'enfants ou délits d'initié ?* Flammarion, Paris, 1997.
- L. Schäfer, "La réalité quantique et l'ordre virtuel en tant que base de l'émergence", *Res-Systemica*, volume 5, article 143, 2005.
- K.-P. Schlebusch, W. Maric-Oehler, F.-A. Popp, "Biophotonics in the infrared spectral range reveal acupuncture meridian structure of the body", *Journal of Alternative and Complementary Medicine*, volume 11, numéro 1, pages 171-173, 2005.
- F. Schott-Billmann, *Le besoin de danser*, Éditions Odile Jacob, Paris, 2001.
- E. Schrödinger, "Quantizierung als Eigenwertproblem (Erste Mitteilung)", *Annalen der Physik*, volume 79, pages 361-376, 1926.
- E. Schrödinger, "Über das Verhältnis der Heisenberg Born Jordanischen Quantenmechanik zu der meinen", *Annalen der Physik*, volume 79, pages 734-756, 1926.
- E. Schrödinger, *What is Life? The Physical Aspect of the Living Cell*, Cambridge University Press, Cambridge, England, 1944, traduction L. Keffler, *Qu'est-ce-que la vie ?* Seuil, Paris, 1993.
- L. Schwartz, *Analyse. Topologie générale et analyse fonctionnelle*, Hermann, Paris, 1970.
- E. Schwarz, "A Systems Holistic Interpretation of the Present State of the Contemporary Society and its Possible Futures", *Res-Systemica*, volume 2, article 62, octobre 2002.
- J. Schwinger, "The Theory of Quantized Fields. I", *Physical Review*, volume 82, pages 914-927, 1951.
- J. D. Scot, *De principio individuationis*, vers 1300, traduction G. Sonntag, *Le principe d'individuation*, Vrin, Paris, 1992.
- L. Serafini, *Codex Seraphinianus*, Les Signes de l'homme, Franco Maria Ricci, Milan, 1981.
- M. F. Shlesinger, B. J. West, "Complex fractal dimension of the bronchial tree", *Physical Review Letters*, volume 67, pages 2106-2108 et 3200,

1991.

- P. W. Shor, “Algorithms for quantum computation: Discrete logarithms and factoring”, in *Proceedings of the Symposium on Foundations of Computer Science*, Santa Fe, IEEE Computer Society Press, pages 124-134, Los Alamos, 1994.
- T. Shors, *Understanding Viruses*, Jones & Bartlett Publishers, Burlington, 2016.
- G. Simondon. *L’Individu et sa genèse physico-biologique*, Presses Universitaires de France, Paris, 1964.
- H. Stapp, *Mind, matter and quantum mechanics*, The Frontiers Collection, Springer, New York, 1993.
- O. Stern, “Ein Weg zur experimentellen Prüfung der Richtungsquantelung im Magnetfeld”, *Zeitschrift für Physik*, volume 7, pages 249-253, 1921.
- R. E. Taylor, “Inelastic electron-proton scattering in the deep continuum region”, *Proceedings of the 4th International Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energies* (Éditeurs D. W. Braben *et al.*), pages 251-260, Liverpool, England, 14-20 septembre 1969.
- P. Teilhard de Chardin, *Le phénomène humain*, Seuil, Paris, 1956.
- Z. Toffano, “Eigenlogic in the Spirit of George Boole”, *Logica Universalis*, volume 14, pages 175-207, 2020.
- E. Tolle, *The Power of Now: A Guide to Spiritual Enlightenment*, Namaste Publishing, Vancouver, 1997, traduction A. J. Ollivier, *Le pouvoir du moment présent : Guide d’éveil spirituel*, Éditions Ariane, Saint-Sauveur, Québec, septembre 2000.
- A. Tonomura, J. Endo, T. Matsuda, and T. Kawasaki, “Demonstration of single-electron buildup of an interference pattern”, *American Journal of Physics*, volume 57, pages 117-120, 1989.
- E. Turner, D. Schneider, B. Burke, J. Hewitt, G. Langston, J. E. Gunn, C. R. Lawrence, M. Schmidt, “An Apparent Gravitational Lens with an Image Separation of 2.6 Arc-Min”, *Nature*, volume 321, pages 142-144, 1986.

- G. E. Uhlenbeck, S. Goudsmit, "Ersetzung der hypothese vom unmechanischen Zwang durch eine forderung bezglich des inneren Verhaltens jedes einzelnen Elektrons", *Naturwissenschaften*, volume 13, pages 953-954, 1925.
- P. Uzan, *Conscience et physique quantique*, Vrin, Paris, 2012.
- R. Vallée. "Temps propre d'un système dynamique, cas d'un système explosif-implosif", *Actes du 3e Congrès Européen de Systémique*, Rome, pages 967-970, octobre 1996.
- L. Vandersypen, M. Steffen, G. Breyta, C. Yannoni, M. H. Sherwood, I. L. Chuang, "Experimental realization of Shor's quantum factoring algorithm using nuclear magnetic resonance", *Nature*, volume 414, numéro 6866, pages 883-887, 2001.
- F. Varela, *Invitation aux sciences cognitives*, Seuil, Paris, 1988.
- U. Vazirani, T. Vidick, "Fully Device-Independent Quantum Key Distribution", *Physical Review Letters*, volume 113, page 140501, 2014.
- J. C. Venter et 273 co-auteurs, "The Sequence of the Human Genome", *Science*, volume 291, numéro 5507, pages 1304-1351, 2001.
- G. Vitiello, *My Double Unveiled ; the dissipative quantum model of brain*, Advances in Consciousness Research, John Benjamins Publishing Company, Amsterdam, 2001.
- V. Volterra, *Leçons sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie*, Gauthier-Villars, Paris, 1931.
- H. Weyl, *Raum-Zeit-Materie : Vorlesungen über Allgemeine Relativitätstheorie*, Julius Springer, Berlin, 1918, traduction G. Juvet et R. Leroy, *Temps, espace, matière ; leçons sur la théorie de la relativité générale*, Blanchard, Paris, 1922.
- P. White, G. Lewith, P. Prescott, J. Conway, "Acupuncture versus placebo for the treatment of chronic mechanical neck pain: a randomized, controlled trial", *Annals of Internal Medicine*, volume 141, pages 911-919, 2004.
- H. Yukawa, "On the Interaction of Elementary Particles", *Proceedings of the Physico-Mathematical Society of Japan, 3rd Series*, volume 17,

pages 48-57, 1935.

- R. Zazzo, *Les jumeaux, le couple et la personne*, Quadrige, Paris, 2001.
- H. D. Zeh, “On the Interpretation of Measurement in Quantum Theory”, *Foundations of Physics*, volume 1, p. 69-76, 1970.
- Z. Zhao, Y.X. Fu, D. Hewett-Hemmett, E. Boerwinkle, “Investigating single nucleotide polymorphism (SNP) density in the human genome and its implications for molecular evolution”, *Gene*, volume 312, pages 203-213, 2003.
- C. Zimmer, *A planet of Viruses*, The University of Chicago Press, 2011, traduction K. Madjer et A. Vonlanthen, *Planète de virus*, Belin, Paris, 2016.
- W. H. Zurek, “Environment induced superselection rules”, *Physical Review D*, volume 26, numéro 8, pages 1862-1880, 1982.
- G. Zweig, “An SU(3) model for strong interaction symmetry and its breaking”, CERN Report 8182/TH.401 (24 pages), 17 January 1964.
- J. Zwingenberger, *L’homme-paysage : visions artistiques du paysage anthropomorphe entre le 16e et le 21e siècle*, Lille, Palais des Beaux-Arts, exposition du 15 octobre 2006 au 14 janvier 2007, Somogy édition d’art, Paris, 2006.