

Revue Internationale de

ISSN 0960-1472

systemique

Vol. 8, N° 3, 1994

afcet

DUNOD

AFSCET

Revue Internationale de
systemique

Revue
Internationale
de Sytémique

volume 08, numéro 2, pages 213 - 249, 1994

Référentiels de temps et évolution dynamique
Problèmes de méthode

Patrick Sylvestre-Baron

Numérisation Afscet, janvier 2016.



Creative Commons

Rédacteur en chef : B. Paulré
Rédacteur en chef adjoint : E. Andreevsky

Comité scientifique

J. Aracil, Université de Séville; H. Atlan, Université Hébraïque de Jérusalem; A. Bensoussan, Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique; M. Bunge, Université McGill; C. Castoriadis, École des Hautes Études en Sciences Sociales; G. Chauvet, Université d'Angers; A. Danzin, Consultant indépendant; P. Davous, EUREQUIP; J. P. Dupuy, CREA - École Polytechnique; H. Eto, Université de Tsukuba; H. von Foerster, Université d'Illinois; N.C. Hu, Université de Technologie de Shanghai; R. E. Kalman, École Polytechnique Fédérale de Zurich; G. Klir, Université d'État de New York à Binghamton; E. Laszlo, Institution des Nations Unies pour la Formation et la Recherche; J.-L. Le Moigne, Université Aix-Marseille II; J. Lesourne, Conservatoire National des Arts et Métiers; L. Löfgren, Université de Lund; N. Luhmann, Université de Bielefeld; M. Mesarovic, Université Case Western Reserve; E. Morin, École des Hautes Études en Sciences Sociales; E. Nicolau, École Polytechnique de Bucarest; A. Perez, Académie Tchèque des Sciences; E. W. Ploman, Université des Nations Unies; I. Prigogine, Université Libre de Bruxelles; B. Roy, Université Paris-Dauphine; H. Simon, Université Carnegie-Mellon; L. Sfez, Université Paris-Dauphine; R. Trappl, Université de Vienne; R. Thom, Institut des Hautes Études Scientifiques; F. Varela, CREA - École Polytechnique.

Comité de rédaction

Bureau

D. Andler, CREA - École Polytechnique (*Rubrique Cognition*); E. Andreevsky, Institut National de la Santé et de la Recherche Médicale (Rédacteur en chef adjoint); H. Barreau, Centre National de la Recherche Scientifique (*Rubrique Archives*); E. Bernard-Weil, CNEMATER - Hôpital de la Pitié (*Rubrique Applications*); B. Bouchon-Meurier, Centre National de la Recherche Scientifique (*Rubrique Applications*); P. Livet, CREA - École Polytechnique (*Rubrique Fondements et Épistémologie*); T. Moulin, École Nationale Supérieure des Techniques Avancées (*Rubrique Théorie*); B. Paulré, Université de Paris I, Panthéon-Sorbonne (Rédacteur en chef); J. Richalet, ADERSA (*Rubrique Applications*); R. Vallée, Université Paris-Nord (*Rubrique Théorie*); J.-L. Vullierme, Université de Paris-I (*Rubrique Fondements et Épistémologie*).

Autres membres

J.-P. Algod, Université Lyon-II; A. Dussauchoy, Université Lyon-I; E. Heurgon, Régie Autonome des Transports Parisiens; M. Karsky, ELF-Aquitaine - CNRS; M. Locquin, Commissariat Général de la Langue Française; P. Marchand, Aérospatiale - Université Paris-I; J.-F. Quilici-Pacaud, Chercheur en Technologie; A. Rénier, Laboratoire d'Architecture n° 1 de l'UPA 6; J.-C. Tabary, Université Paris-V; B. Walliser, École Nationale des Ponts et Chaussées; Z. Wolkowski, Université Pierre-et-Marie-Curie.

Membres correspondants

ARGENTINE : C. François (Association Argentin de Théorie Générale des Systèmes et de Cybernétique). BELGIQUE : J. Ramaekers (Facultés Universitaires de Notre-Dame de la Paix). BRÉSIL : A. Lopez Pereira (Université Fédérale de Rio de Janeiro). ESPAGNE : R. Rodriguez Delgado (Société Espagnole des Systèmes Généraux). ÉTATS-UNIS : J.-P. Van Gigh (Université d'État de Californie). GRÈCE : M. Decleris (Société Grecque de Systémique). ITALIE : G. Teubner (Institut Universitaire Européen). MAROC : M. Najim (Université de Rabat). MEXIQUE : N. Elohim (Institut Polytechnique National). SUISSE : S. Munari (Université de Lausanne).

Revue Internationale de Systémique is published 5 times a year: March, May, July, September, December. Date of issue: July 1994.

Subscription price, per volume: Institutions US \$ 190.

Second-class postage paid at Rahway, N.J. ISSN N° 0980-1472, USPS N° 007728.

U.S. Mailing Agent: Mercury Air-freight Intl. Ltd., 2323 Randolph Ave., Avenel, NJ07001.

Published by Dunod, 15, rue Gossin, 92543 Montrouge Cedex France and Gauthier-Villars North America Inc., 875-81 Massachusetts Avenue, Cambridge, MA 02139, USA.

Postmaster: Please send all address corrections to: Dunod, c/o Mercury Air-freight Intncl. Ltd. 2323 Randolph Ave., Avenel, NJ 07001, USA.

RÉFÉRENTIELS DE TEMPS ET ÉVOLUTION DYNAMIQUE PROBLÈMES DE MÉTHODE

Patrick SYLVESTRE-BARON¹

Résumé

Dans cet article nous voudrions montrer combien les solutions d'un modèle de système dynamique dépendent du référentiel de temps adopté. On peut travailler en temps continu ou discret, on peut même utiliser un temps « mixte ». Les processus de résolution numérique qui en découlent, au cas de systèmes non linéaires complexes, ne sont pas neutres et les résultats peuvent être parfois surprenants débouchant même sur un aspect chaotique des choses.

Abstract

In this paper we should intend to show how solutions of a dynamic system model are dependent on the time frame of reference. We can work with a continuous time or a discrete one, even we may use a « mixed » time. The numerical solutions processes that are following from, in the case of non-linear complex systems, are non neutral. Hence results can be sometimes surprising, even they can lead to describe a chaotic behaviour.

Le rôle et la formalisation du temps dans les modèles économiques ont toujours posé un certain nombre de problèmes tout à la fois théoriques et pratiques. A cet égard on peut citer notamment les ouvrages de Claude Mouchot (Mouchot, 1978) et de Michel Vaté (Vaté, 1976). L'économiste distingue non seulement entre court terme et long terme, de plus, dès lors qu'il a recours à la formalisation mathématique pour modéliser, il est amené à considérer la trilogie bien connue : statique, statique comparative et dynamique. Ainsi on peut se situer dans la synchronie ou dans la diachronie, dans un futur proche ou éloigné.

Dans la mesure où le modélisateur s'établit fermement dans le flux du temps, une autre distinction doit nécessairement se faire jour, décrit-on un temps discret

1. Laboratoire d'Économie et de Statistique Appliquées. Groupe Delsig Δ, Faculté de Sciences Économiques et de Gestion. Université Lumière Lyon II, 16, Quai Claude Bernard, 69365 Lyon Cedex 07.

ou continu ? Le second peut en quelque sorte être considéré comme « idéal », c'est le temps de l'analyse mathématique, le premier étant en quelque sorte « imparfait » puisqu'il existe des blancs, des trous, au niveau de l'observation des phénomènes. Le choix ou le passage d'un référentiel de temps à l'autre n'est pas neutre. Il l'est d'autant moins que, dans le cas de systèmes dynamiques, l'apparition d'un éventuel comportement chaotique ne se fait pas selon les mêmes modalités.

Au plan de la formalisation, comme le dit Edward N. Lorenz (Lorenz, 1993) le père de « l'effet papillon » : « *Dynamical systems that vary in discrete steps, ..., are technically known as mappings. The mathematical tool for handling a mapping is the difference equation. ... Dynamical systems that vary continuously, ..., are technically known as flows. The mathematical tool for handling a flow is the differential equation.* ». Qui plus est, au plan des solutions numériques, on sait que dans des modèles à temps continu (fondés sur un système d'équations différentielles) le chaos ne peut apparaître que si l'on a trois variables d'état en interaction. Par contre, dans un modèle en temps discret (fondé sur un système d'équations aux différences finies) le chaos peut apparaître avec une seule variable. Cette différenciation est fort bien présentée par Gilbert Abraham-Frois et Edmond Berrebi dans leur article consacré à « l'introduction à la dynamique chaotique » (Abraham-Frois et Berrebi 1994). Elle sert même à l'articulation de chapitres d'ouvrages présentant la dynamique chaotique et ses applications à l'économie (Lorenz, 1993 ; Tu, 1994).

Dans le cadre du paradigme hydraulique de la « Dynamique de Systèmes » au sens de Jay W. Forrester (Forrester, 1981) nous avons déjà eu l'occasion de montrer que la technique de modélisation en Dynamique de Systèmes faisait implicitement référence à plusieurs échelles de temps, *i.e.* à plusieurs visions possibles du temps (Sylvestre-Baron, 1981). Ces diverses approches temporelles dénuées de neutralité peuvent avoir une incidence, par rétroaction, sur le traitement des modèles. C'est ce problème que nous voulons envisager ici, tout à la fois au plan technique, et au plan pratique en nous servant d'un modèle dynamique simple déjà partiellement traité en termes analytiques (Sylvestre-Baron, 1982b).

Après une présentation du statut des variables d'état en Dynamique de systèmes et de leur traitement mathématique possible nous présenterons une fonction purement discrète que nous appellerons « PIPE ». Puis nous montrerons les conséquences, pour la prévision, de l'introduction d'une telle fonction dans un modèle micro-économique dynamique simple servant à représenter l'évolution d'un stock de biens faisant l'objet d'une certaine maintenance. Cela étant nous complexifierons quelque peu le modèle de base et nous montrerons alors les modifications qu'il est nécessaire d'apporter à la fonction discrète si l'on veut tenir

compte de la présence de termes « modulateurs ». Enfin nous ferons apparaître les différences de comportement du modèle complexifié selon que l'on raisonne en termes continus ou discrets.

I. VARIABLES D'ÉTAT EN DYNAMIQUE DE SYSTÈMES. STATUT ET TRAITEMENT MATHÉMATIQUE

Dans la méthodologie de modélisation Dynamique de Systèmes au sens de J.W. Forrester, on distingue deux grands types de variables, variables de « niveau » et variables de « taux » ou « flux », que l'on appelle respectivement, dans d'autres corpus théoriques, variables d'état et variables d'action. A chaque type de variable correspond un type d'équation,

- une équation de niveau réalise une intégration, au sens mathématique du terme,
- une équation de taux est un énoncé de politique disant comment une partie du système modélisé s'autorégule.

La forme canonique d'une équation de niveau, en écriture de type « informatique », est

$$E = E + DT \times (FE - FS)$$

où FE et FS sont des flux d'entrée et de sortie (fonction de E ou d'une autre variable d'état) et DT représente un "pas d'intégration" propre au processus de résolution numérique. Une équation de ce type est toujours suivie d'une "équation d'initialisation" qui donne une valeur initiale de la variable d'état, pour les besoins du processus de résolution numérique.

Pour ce qui est des équations de flux, leur écriture idoine dépend de l'information utilisée pour formaliser la politique. Sachant que cette information provient de niveaux ou de constantes (paramètres), via des variables dites « auxiliaires » l'écriture la plus générale possible pour une équation de flux, est

$$F = f(E1, \dots, En, C1, \dots, Cm)$$

Nous rappelons que dans le cadre de la méthodologie forresterienne les conventions d'écriture des équations sont les suivantes. Une équation de niveau est de type L (*Level*). Un niveau est nécessairement initialisé à l'instant zéro pour les besoins du processus de simulation numérique. Une équation d'initialisation, de type N (*iNitial*) est toujours associée à une équation de niveau, et son numéro est une subdivision décimale du numéro de l'équation de niveau correspondante. Une équation de flux est une équation de type R (*Rate*). Les constantes se voient affecter

des valeurs numériques dans des équations de constante de type C (*Constant*), dont les numéros sont des subdivisions décimales du numéro de l'équation principale dans laquelle elles apparaissent. On notera que, d'une façon générale le numéro d'une équation correspond tout simplement à son rang d'apparition dans l'exposé du modèle.

Pour les besoins de nos développements nous considérerons tout d'abord le "modèle" simple d'une boucle de rétroaction positive. L'écriture des équations se fait sous forme « informatique » c'est-à-dire que le signe = représente une opération d'affectation (la partie droite de l'égalité est évaluée puis affectée à la variable située en partie gauche)

$$\begin{array}{ll} E = E + DT * F & 1, L \\ E = E_0 & 1, 1, N \\ F = N / DEL & 2, R \\ DEL = D & 2, 1, C \end{array}$$

Dans l'équation de flux la constante *DEL* représente un délai de temps, ici un délai de premier ordre, puisque inclus dans une boucle de rétroaction élémentaire ne comportant qu'une variable de niveau. En reportant la valeur de *F* dans l'équation de niveau, en posant $DT = k$ et en utilisant une notation "mathématique" plus conventionnelle, on obtient ce que nous appellerons une équation de niveau « réduite » :

$$E_n = E_{n-1} + k \frac{E_{n-1}}{D}$$

soit

$$E_n - \left(1 + \frac{k}{D}\right) \cdot E_{n-1} = 0$$

On reconnaît sans peine une équation aux différences finies homogène du premier ordre. On peut utiliser le pas de calcul comme unité de compte temporelle. Si l'on pose $a = 1/D$ (fraction/unité de temps du système réel) et $k = 1/m$ (fraction d'unité de temps du système réel, 1/4 d'année, 1/3 de mois, etc.) on a

$$E_n - \left(1 + \frac{a}{m}\right) E_{n-1} = 0$$

Dans cette équation l'indice n est implicitement un multiple de DT et m représente le nombre de pas de calcul dans une unité de temps du système réel. La solution générale d'une telle équation est

$$E_n = E_0 \left(1 + \frac{a}{m}\right)^n$$

si on pose que en $t = 0$, $N = N_0$ et si l'on veut une solution analytique au bout de n pas de calcul ($n \equiv n \cdot DT$).

On peut aussi raisonner en termes « continus », i.e. en termes d'équations différentielles, en faisant tendre DT fini vers dt infiniment petit. On retrouve *a contrario* le fait qu'une équation de niveau en Dynamique de Systèmes n'est autre qu'une équation différentielle « discrétisée » selon le schéma aux différences d'Euler. Cela étant, on a *de facto* mis en jeu deux échelles de temps, celle du « Temps de Calcul » T_c (en termes de multiples de DT) et celle d'un « Temps Abstrait » du mathématicien T_a . La correspondance entre ces deux échelles peut être illustrée comme suit, au cas où, par exemple, $m = 4$ ($DT = 1/4$ de l'unité de temps usuelle du système réel modélisé).

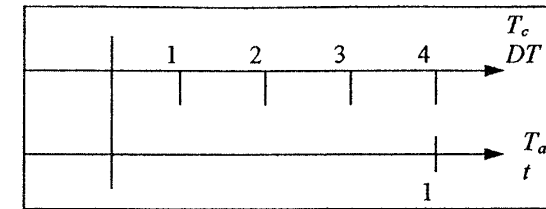


Figure 1. Existence de diverses échelles de temps.

Notons que l'échelle T_a peut être assimilée à celle du « Temps de l'Observateur » T_o dans le système réel après « neutralisation » de l'unité de mesure usuelle dans ce système ($1 \equiv 1$ an, 1 mois, 1 jour, etc.). L'équation aux différences écrite sous la forme

$$E_n - E_{n-1} = \frac{a}{m} \cdot E_{n-1}$$

peut alors se transcrire en termes continus

$$E(t + K) - E(t) = aK E(t)$$

soit

$$\frac{E(t + k) - E(t)}{k} = a E(t)$$

Mais l'on sait que

$$\lim_{k \rightarrow 0} \frac{E(t + k) - E(t)}{k} = E'(t)$$

On obtient ainsi l'équation différentielle homogène du premier ordre

$$E'(t) - aE(t) = 0$$

Si n est assimilé à un nombre de pas de calcul effectués globalement, la liaison entre les deux échelles T_c et T_a est telle que

$$t = n \cdot k = \frac{n}{m} \Rightarrow n = mt$$

La solution discrète obtenue antérieurement, transcrite en termes continus, peut alors s'écrire

$$N(t) = N(0) \cdot \left(1 + \frac{a}{m}\right)^{mt}$$

Si l'on pose $x = m/a$, il vient

$$N(t) = N(0) \cdot \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{xat} = N(0) \cdot \left[\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x\right]^{at}$$

Mais le passage au continu implique que

$$DT = k \rightarrow dt \rightarrow 0 \text{ soit } m \rightarrow \infty \Rightarrow x \rightarrow \infty$$

et l'on sait que

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

D'où la solution générale de l'équation différentielle

$$E(t) = E(0) \cdot e^{at}$$

Notons que, pratiquement, cette même solution pourrait s'obtenir comme suit. Si on fait tendre DT vers dt alors on a

$$\Delta E = E_n - E_{n-1} \rightarrow dE(t)$$

et l'équation aux différences se réécrit

$$dE(t) = dt \cdot a \cdot E(t) \Leftrightarrow \frac{dE(t)}{E(t)} = a \cdot dt$$

Après intégration de cette équation à variables séparables, il vient

$$\ln E(t) = at + c \Rightarrow E(t) = e^{at+c} = K \cdot e^{at}$$

Par retour aux conditions initiales, $K = E(0)$, on obtient la solution générale

$$E(t) = E(0) \cdot e^{at}$$

Nous avons préféré, dans un premier temps, utiliser la présentation antérieure afin de bien montrer le lien existant entre les solutions en termes discrets et continus, et aussi comment s'effectue le passage à la limite dans le cas présent. Soulignons bien le fait que, nous employons ici les termes « continu » et « discret » selon leur sens usuel pour le statisticien ou le mathématicien. Cela étant, on perçoit bien que le « discret » dont il est question dans les équations précédentes n'est *fondamentalement* qu'un continu discrétisé pour les besoins d'une simulation informatique. Le dt infiniment petit du mathématicien se transforme en DT fini, pas de calcul propre au processus de résolution numérique, pour le modélisateur usant de l'outil informatique. Par ailleurs on note que d'une façon très générale une équation de niveau peut s'écrire

$$E = E + DT \times (FE - FS)$$

où FE et FS sont des flux d'entrée et de sortie (fonction de E ou d'une autre variable d'état). Supposons que l'on ait $FE = a \times E$ et $FS = b \times E$. L'équation devient

$$E = E + DT \times (aE - bE)$$

Si on fait tendre DT fini vers dt infiniment petit il vient après intégration et en supposant que en $t = 0$ $E = E_0$

$$E(t) = E_0 \times \exp[(a - b)t]$$

Ainsi, fondamentalement les variables d'état de la Dynamique de Systèmes, ou les variables d'action (qui sont fonctions des variables d'état), sont des *variables continues*. De plus, si l'on suppose qu'un flux de sortie de E s'écrit $FS = \alpha \times E$, le coefficient α est en général l'inverse d'un délai de temps ($\alpha \equiv 1/D$). Celui-ci représente le temps que passe *en moyenne* une unité de flux physique dans la « boîte » E . Ou, pour dire les choses autrement, en termes de simulation numérique, à chaque pas de calcul DT , on sort une fraction α du contenu indifférencié de la boîte E .

Ce genre de raisonnement est juste lorsque l'on travaille sur de grandes populations (au sens statistique) où l'on peut tabler sur des comportements moyens. Mais il peut s'avérer gênant lorsque l'on cherche à simuler des comportements de type micro-économique avec des entités physiques différenciées, à l'aide, par exemple, d'une date de création. Dès lors, on peut se demander s'il n'existe pas une ou des possibilités d'intégration du discret proprement dit dans la méthodologie Dynamique de Systèmes? C'est pourquoi nous proposons, dans certains cas, de remplacer un réservoir E par une "fonction" que nous dénommerons *PIPE*, par référence aux « pipelines » dans lesquels on peut faire des "transmissions par paquets" de fluides différents à l'aide de tampons intermédiaires.

II. INTÉGRATION DU DISCRET DANS LA MÉTHODOLOGIE DE SIMULATION DYNAMIQUE DE SYSTÈMES. UNE FONCTION D'ÉTAT DISCRÈTE, LA FONCTION PIPE

Dans ce qui suit nous employons le terme de « fonction » pour désigner ce qui correspond à des macro-instructions dans un langage de simulation. De fait, des logiciels dédiés à la simulation de modèles de Dynamique des Systèmes comme « DYNAMO » ®, « VENSIM » ® ou « STELLA » ® intègrent ce genre de fonctions. Le langage de simulation DYNAMO comprend des fonctions dites « avec intégration », DELAY, DLINF, SMOOTH qui réalisent fondamentalement des opérations de lissage exponentiel (Forrester, 1981 ; Sylvestre-Baron, 1982a).

Si l'on considère, par exemple, la fonction DELAY, celle-ci possède un ordre. Ainsi l'écriture DELAY3 signifie que le « transformateur » DELAY est constitué de trois niveaux en cascade. Ce type de fonction sert à modéliser la transmission graduelle d'un flux physique d'un point d'entrée à un point de sortie. A ce type de fonctions on fait correspondre dans la version 1.6x du logiciel VENSIM les fonctions DELAY3 ou DELAY3I. Si l'on examine la fonction DELAY1 avec un flux d'entrée Q et un flux de sortie R , on notera en utilisant la symbolique scripturale de DYNAMO

$$R.KL = DELAY1(Q.JK,DEL)$$

où DEL représente le temps moyen pendant lequel une unité de flux physique reste dans le niveau constitutif de l'assemblage DELAY1. On a alors le « diagramme de flux » suivant, dans lequel $\$L$ représente un niveau créé de toutes pièces pour les besoins de la cause.

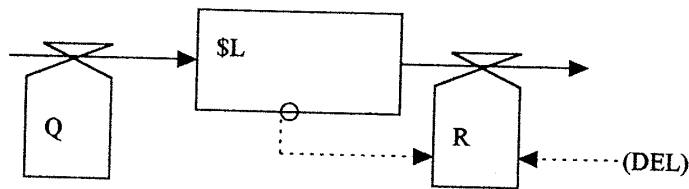


Figure 2. Diagramme de flux d'un DELAY1.

A ce diagramme de flux on peut associer l'équation de niveau réduite

$$\$L = \$L + DT \cdot \left(Q - \frac{\$}{DEL} \right)$$

On note alors que, à chaque pas de calcul, le flux de sortie R (réponse du transformateur DELAY1 à l'intrant Q) est égal à la fraction $1/DEL$ de $\$L$. Ainsi, on raisonne bien en termes moyens puisqu'une unité de flux physique reste en moyenne pendant le laps de temps DEL dans $\$L$, à chaque instant unité il sort $1/DEL$ de $\$L$. Certes, ce type de raisonnement est juste en termes purement mathématiques, mais il peut déconcerter (notamment dans une optique micro-économique) certains praticiens modélisateurs pour lesquels, par exemple, une unité produite est effectivement un tout. Dès lors, à leurs yeux, il n'y a aucune raison de faire sortir des fractions indifférenciées de ce tout.

Une solution possible serait l'augmentation de l'ordre du DELAY. Dans certains modèles on suppose même des DELAY d'ordre infini (CSOEX 1981). On montre alors aisément qu'un DELAY ∞ constitue un « délai pur ». Si FS est le flux de sortie et FE le flux d'entrée, cette hypothèse peut se traduire simplement par l'équation

$$FS(t) = FE(t - D)$$

où D représente le délai de temps mis en jeu dans l'opérateur DELAY ∞ . Le logiciel « VENSIM » possède ce type de fonction sous la forme DELAY_FIXED. On note que cette façon de procéder peut se traduire informatiquement par la conservation en mémoire des valeurs d'entrée dans le transformateur sur D périodes !

On peut alors utiliser un autre type de représentation que nous dénommerons fonction PIPE. J.W. Forrester fait allusion à fonctions similaires dans son ouvrage "Industrial Dynamics" (Forrester, 1961) où elles apparaissent sous le nom de « Boxcar Train ». Le terme « pipe » apparaît dans des fonctions de type DELAY3 notées alors DELAY3P (Goodman, 1974). Le P de Pipe signifie alors que l'on affecte un nom au niveau correspondant à la somme des valeurs des trois niveaux constitutifs du DELAY3. Non seulement on s'intéresse au flux de sortie du transformateur (effectuant un processus de lissage) mais de plus on prend en compte les quantités physiques en transit.

Pour notre part, nous emploierons le terme "PIPE" par référence aux pipelines dans lesquels on peut faire passer des liquides différents, grâce à des tampons intermédiaires, ce afin de conserver l'idée de « transmission par paquets ». Cette fonction PIPE possède un ordre. On la notera généralement PIPE n . On a ainsi n « boîtes » en série. Le flux intrant à l'instant t dans la boîte 1, sortira à l'identique à l'instant $t+D$ (D = délai du PIPE) de la boîte n . Si l'on conserve les notations déjà employées, cette fonction peut se coder

$$FS = PIPE_n(FE, D)$$

De fait, ce codage est quelque peu redondant puisque n , donnant l'ordre du *PIPE*, est tel que l'on ait *de facto* $n \equiv D$. Nous supposons ainsi que le temps de transition d'une quantité physique dans *PIPE* est un nombre entier (D). On peut symboliser graphiquement cette fonction comme suit

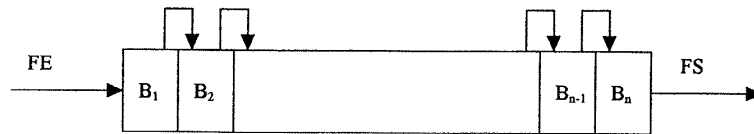


Figure 3. Schéma de principe de la fonction *PIPE*.

Le schéma peut s'interpréter de la façon suivante. Une quantité physique précise entrant à la date t dans B_1 [noté encore $B(1)$], soit FE , ressortira de B_n à l'identique, sous la forme de FS , en $t + D$. Si l'on note $FB(i)$ le contenu de la boîte $B(i)$ qui à un moment donné va passer dans la boîte $B(i + 1)$, on a, à un instant donné, pour un flux d'entrée FE donné

$$\forall i \in (1, n): FB(i) = B(i)$$

$$FS = FB(n)$$

Et le processus de transition se traduit par

- $B(1) = B(1) + FE - FB(1)$
- $\forall i \in (2, n): B(i) = B(i) + FB(i-1) - FB(i)$

A noter qu'initialement toutes les boîtes $B(i)$ ont pour valeur 0.

Telle quelle cette fonction peut remplacer dans la méthodologie Dynamique de Systèmes forresterienne les variables de niveaux et les fonctions de lissage exponentiel contenant une intégration: *DELAYn*, *DLINFn*, *SMOOTH*. C'est une fonction *discrète* en ce sens que le passage d'une boîte $B(i)$ à une boîte $B(i + 1)$ ne peut se faire qu'à des instants entiers du temps. Cette fonction échappe ainsi au DT , le pas d'intégration de la Dynamique de Système « usuelle ». Ou plus précisément le DT du processus de résolution numérique ne peut être que l'unité de temps du système modélisé. Le flux FS acquiert ainsi un *caractère discret*. En effet il est soumis à une condition du type « FS à l'instant t est égal à FE à l'instant $t - D$ ». Par contre, le flux FE conserve son *caractère continu* usuel de la Dynamique de Systèmes. Il n'est pas soumis à une condition du genre: « FE joue si t à telle valeur ». C'est pourquoi nous pouvons parlé de Simulation de Systèmes Dynamiques en « *temps mixte* ». A noter qu'il existe des logiciels comme "EXTEND" ® qui peuvent réaliser des simulations continues ou discrètes pures.

Si on note *PIPE* la somme des n boîtes constituantes (valeur de la variable d'état globale), ses variations obéissent à l'équation :

$$PIPE(t + 1) = PIPE(t) + FE(t) - FS(t + 1)$$

De fait compte tenu du caractère discret de *PIPE*, le flux de sortie (FS) se fait à l'instant présent, alors que le flux d'entrée (FE) a eu lieu à l'instant d'avant. On voit apparaître ici, la différence de nature des deux flux. Si l'on a des *PIPE* "en série" sur une même ligne de flux, il est nécessaire de les « appeler » dans l'ordre d'apparition. En effet le flux de sortie d'un *PIPE* amont sera le flux d'entrée du *PIPE* aval. Dans ce cas, pour ce qui est du *PIPE* aval, ses variations obéissent à l'équation :

$$PIPE(t + 1) = PIPE(t) + FE(t + 1) - FS(t+1)$$

III. PREMIÈRE APPLICATION À UN MODÈLE SIMPLE D'ÉVOLUTION D'UN PARC DE BIENS SOUMIS À UNE MAINTENANCE

Dans le modèle simple que nous utilisons ici nous simulons la production d'un certain produit (P) représentent un bien élaboré par des personnes appartenant à une unité productive à savoir les « *Hommes Disponibles* » (HD) ayant une certaine productivité dénommée ici « *Norme Taux de Production de Produit* » ($NTPP$). L'objectif est bien évidemment de fabriquer le maximum de produit pour un coût de production minimum. Les produits une fois élaborés ont une certaine durée de vie, celle-ci a été évaluée à 36 mois. De fait on estime qu'un grand nombre des unités produites ne sont plus utilisées au bout de 3 ans, ou bien que, compte tenu du nombre de modifications qui ont été apportées à la gamme de production on ne peut plus les comparer à l'original au bout de ce laps de temps. En d'autres termes les unités produites disparaissent, ou meurent, au rythme moyen de 1/36 par mois. Nous dirons donc que la « *Norme Taux de Mortalité du Produit* » ($NTMP$) est égale à 1/36 par mois.

Cela étant, on suppose que les produits existants nécessitent une certaine « *Main-tenance* » (M) pour leur entretien. C'est-à-dire qu'il faudra distraire un certain nombre d'hommes pour assurer cette maintenance, ceux-ci n'étant plus alors disponibles pour la production de nouveaux produits. En d'autres termes on définit une variable « *Hommes Disponibles pour la Production* » ($HDPP$). Le modèle de base peut alors être représenté par le diagramme de structure causale (fig. 4).

La légende du diagramme précédent est donnée ci-après. Pour chaque symbole nous précisons les unités de mesure (données entre parenthèses)

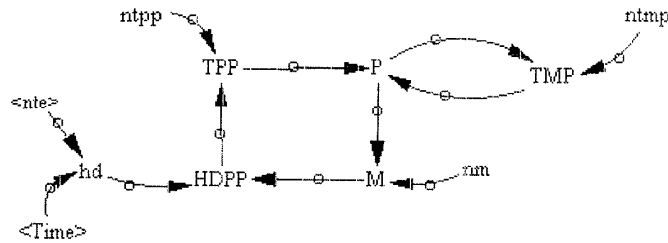


Figure 4. Diagramme de structure causale du modèle de base.

| | |
|------|--|
| HD | Hommes Disponibles (hommes) |
| HDPP | Hommes Disponibles Pour la Production (hommes) |
| M | Maintenance (hommes) |
| MM | Norme de Maintenance (hommes/unité produite) |
| NTE | Norme Taux d'Embauche (hommes/mois) |
| NTPP | Norme Taux de Mortalité du Produit (fraction/mois) |
| NTPP | Norme Taux de Production de Produits (unités produites/homme-mois) |
| P | Produit (unités produites) |
| TMP | Taux de Mortalité du Produit (unités produites/mois) |
| TPP | Taux de Production du Produit (unités produites/mois) |

Au diagramme précédent on peut associer les équations suivantes décrites en utilisant la symbolique scripturale usuelle de la Dynamique des Systèmes

| | |
|------------------------------------|-------|
| $P.K = P.J + DT*(TPP.JK - TMP.JK)$ | 1,L |
| $P = P$ | 1.1,N |
| $TPP.KL = NTPP*HDPP.K$ | 2,R |
| $NTP = a$ | 2.1,C |
| $HDPP.K = HD.K - M.K$ | 3,A |
| $HD.K = HD$ | 4,A |
| $HD = d$ | 4.1,C |
| $M.K = NM*P.K$ | 5,A |
| $NM = c$ | 5.1,C |
| $TMP.KL = NTPP*P.K$ | 6,R |
| $NTPP = b$ | 6.1,C |

NB : dans les équations de constantes (type C), contrairement à l'usage, les valeurs numériques (situées normalement à droite du signe =) ont été remplacées par des lettres minuscules pour faciliter les développements à venir. Dans le modèle de base les valeurs numériques des constantes sont les suivantes

$$a = 1/20 = 0.05$$

$$b = 1/36 \approx 0.0278$$

$$c = 1/2 = 0.5$$

$$d = 50$$

Par ailleurs dans le modèle de base on suppose que les hommes disponibles (HD) sont en nombre constant. Cette hypothèse sera modifiée ultérieurement et l'on supposera alors que les hommes disponibles peuvent évoluer dans le temps, la loi d'évolution étant une fonction affine du temps.

En outre, on note que, en reportant dans l'équation de niveau (1,L) les valeurs formelles des diverses variables de flux et auxiliaires, ainsi que les valeurs numériques des constantes, on aboutit à une équation de niveau réduite, sous forme d'une équation aux différences. On peut alors passer à une équation différentielle dont la résolution est assez aisée. L'équation aux différences s'écrit

$$P.K = P.J + DT \times a(d - c \times P.J) - b \times P.J$$

l'équation différentielle qui s'en déduit en faisant tendre DT vers dt s'écrit quant à elle

$$P' + (b + ac)P = ad$$

où P désigne la variable d'état « nombre d'unités produite existantes ».

Cela étant, on peut se mettre dans la position du responsable de l'unité productive désirant améliorer la production au meilleur coût. Une réponse au problème nous sera fournie par des simulations réitérées en agissant sur les paramètres du modèle. En tout état de cause on peut déjà réaliser une « simulation de base » (S1) obtenue à partir des valeurs numériques initiales. Après quoi on peut essayer

- d'améliorer la productivité, $NTPP$ passant de 1/20 à 1/15 par exemple (S2)
- de diminuer la maintenance NM passant de 0.5 à 0.25 par exemple (S3)
- de jouer sur ces deux paramètres simultanément (S4)
- d'augmenter le personnel, en engageant par exemple une personne de plus tous les deux mois (S5).

Dans ce dernier cas l'équation 4,A se réécrit

$$HD.K = HDC + NTE * TIME.K$$

$$HDC = 50$$

$$NTE = 0.5$$

où $TIME$ représente le temps du modèle évalué en mois et NTE la « Norme Taux d'Embauche » mesurée en « hommes/mois ».

Diverses simulations ont été effectuées de façon à pouvoir comparer les résultats obtenus au bout de 100 mois. Nous donnerons ces résultats ultérieurement sous forme synthétique. Auparavant on note que, le modèle choisi étant volontairement

simple on peut en obtenir une solution analytique (Sylvestre-Baron, 1982b). Pour les simulations S1 à S4 le niveau P tend vers un seuil (valeur d'état stationnaire) donné par la relation

$$P^* = \frac{ad}{b+ac}$$

en ayant une évolution temporelle illustrée graphiquement comme suit dans la Figure 5.

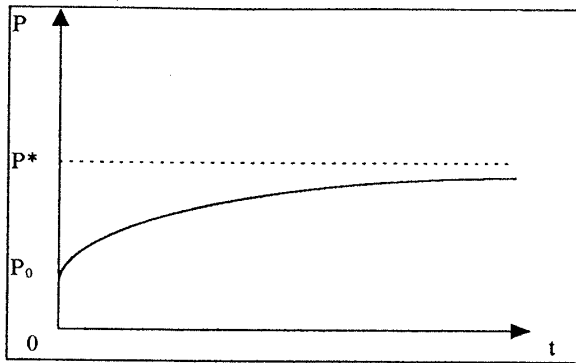


Figure 5. Évolution schématique du niveau P en l'absence d'embauche.

Dans le cas S5 où le nombre d'hommes disponibles suit une évolution donnée par l'équation affine

$$d(t) = d + kt$$

où $k = nte =$ norme taux d'embauche mensuel (hommes/mois). La courbe d'évolution temporelle de P tend asymptotiquement vers la droite Δ d'équation

$$\Delta = \frac{akt}{b+ac} + \frac{a}{b+ac} \left[d - \frac{b}{b+ac} \right]$$

en obéissant au schéma de comportement temporel décrit dans la Figure 6

On enregistre alors, en $t = 100$, les résultats suivants

| Simulation | P en $t = 100$ |
|------------|------------------|
| S1 | 47.15 |
| S2 | 54.44 |
| S3 | 61.05 |
| S4 | 74.20 |
| S5 | 85.59 |

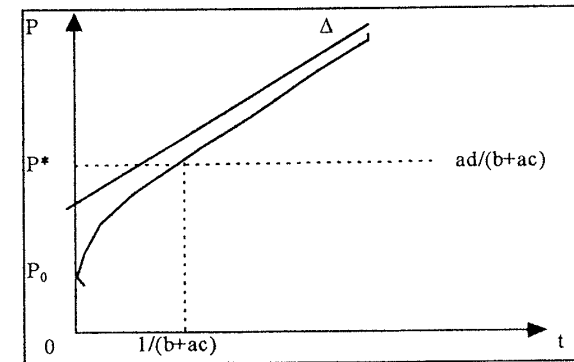


Figure 6. Évolution schématique du niveau P en cas d'embauche.

Nous donnons ci-après dans la figure 7, les évolutions comparées du niveau P selon les diverses simulations.

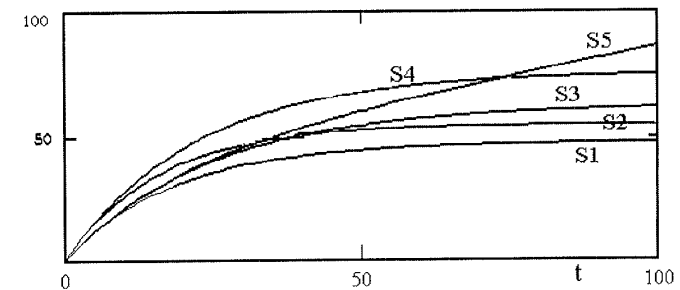


Figure 7. Évolutions comparées du niveau P dans le modèle de base.

On note que la solution mixte augmentation de productivité et diminution de maintenance (S4) permet d'obtenir un résultat quasi identique à celui de l'augmentation de personnel mais avec un moindre coût. On a une production équivalente sur l'intervalle de temps [73,74]. De fait par rapport à la situation de base sans embauche on gagne 85.59 - 47.15 # 38 unités produites. Mais si dans le premier cas la fonction de coût est de la forme $C1(t) = \gamma \cdot d$ (γ = coût unitaire par homme-mois) dans le second elle devient $C2(t) = \gamma \cdot (d + kt)$. La différence de coût total enregistrée entre les deux politiques à l'instant t^* est égale à

$$\Delta CT = \gamma \cdot k \int_0^{t^*} t \cdot dt = \gamma \cdot k \left[\frac{t^2}{2} \right]_0^{t^*} = \gamma \cdot k \cdot \frac{t^{*2}}{2}$$

Si l'on estime le coût de chaque poste de travail (charges comprises) à une moyenne de 15.000 F par homme-mois le gain de 38 unités produites en $t = 100$ a coûté au total, $15.000 \times 0.5 \times 100^2 / 2 = 37.500.000$ F !! Pour un nombre équivalent d'unités produites ($t \# 73.5$) la politique d'embauche entraîne un surcoût égal à $15.000 \times 0.5 \times 73.5^2 / 2 = 20.258.438$ F. Bien que ce chiffre soit conséquent il faudrait pouvoir en regard chiffrer les sommes nécessaires induites par l'augmentation de productivité et la diminution de la maintenance. Ces politiques impliquent l'emploi d'instruments différenciés selon les cas d'espèce.

Cela étant, on constate que dans notre modèle de base la boucle simulant l'obsolescence des produits n'est autre formellement qu'un *DELAYI*, en moyenne les unités produites sont supposées rester 36 mois dans la «boite» *P*. On peut alors remplacer la boite simple *P* par une boite composée *PIPE*. Dans ce cas l'équation 6,R peut se coder, $TMP.KL = PIPE36(TPP.JK,36)$. Reste à rendre opératoire ce codage. Nous avons proposé antérieurement (Sylvestre-Baron, 1991) un programme en QBASIC permettant de simuler cette fonction. Le logiciel *VENSIM* que nous utilisons permet de réaliser assez simplement cette opération. De fait on utilise la fonction *DELAY FIXED* pour simuler la transmission par paquets du flux d'entrée *TPP*. La variation du niveau *P* est toujours calculée par intégration mais le pas d'intégration est pris égal à l'unité pour transcrire l'aspect discret des choses. C'est-à-dire que dans le cadre du logiciel *VENSIM* on écrira

$$\begin{aligned} P &= INTEG((TPP - TMP),0) \\ TMP &= DELAY FIXED(TPP,delmp,0) \\ delmp &= 36 \end{aligned}$$

avec *delmp* = «délai de mortalité du produit». Le recours à *PIPE* fait que les produits s'accumulent dans le niveau global *P* tant que l'on a *TIME* < 36. En $t = 36$ seulement une première vague de produits devient obsolète. Dès lors le

comportement temporel de *P* doit se traduire par une courbe croissant jusqu'en $t = 36$ pour ensuite décroître afin de converger vers une valeur d'état stationnaire, P^* , tout au moins pour les cas S1 à S4 où *HD* est une constante. C'est-à-dire que l'on a le schéma de principe suivant

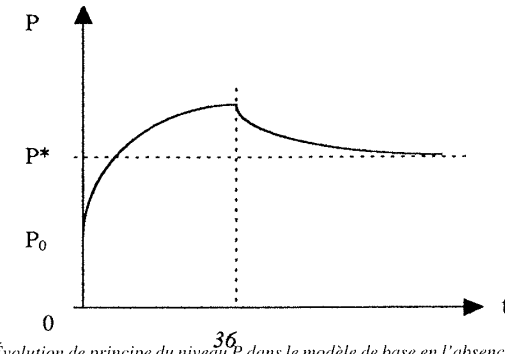


Figure 8. Évolution de principe du niveau *P* dans le modèle de base en l'absence d'embauche.

Si *HD* croît selon une fonction affine on retrouve une convergence vers une asymptote oblique après passage par un maximum et un minimum locaux. De fait on a les évolutions comparées suivantes

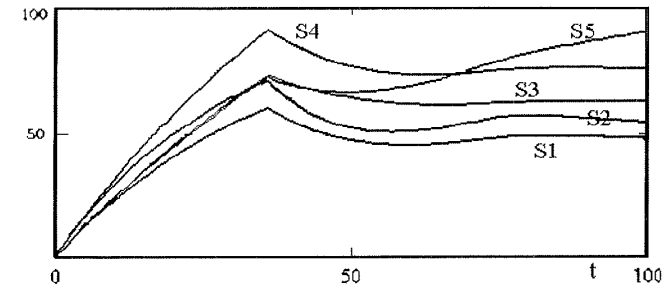


Figure 9. Évolutions comparées du niveau *P* dans le modèle de base incluant une fonction *PIPE*.

Les résultats numériques obtenus sont résumés dans le tableau présenté ci-après où nous donnons la valeur de *P* en $t = 36$ et en $t = 100$ avec, en regard, la valeur obtenue à la date correspondante sans le recours à *PIPE*.

| Simulation | t = 36 | | t = 100 | |
|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | Avec PIPE | Sans PIPE | Avec PIPE | Sans PIPE |
| S1 | 59.80 | 40.64 | 47.35 | 47.15 |
| S2 | 70.49 | 48.91 | 54.02 | 54.44 |
| S3 | 72.83 | 47.93 | 62.19 | 61.05 |
| S4 | 90.79 | 60.40 | 75.19 | 74.20 |
| S5 | 71.88 | 49.99 | 90.14 | 85.59 |

La première constatation que l'on peut faire est qu'à long terme ($t \neq 100$) il n'y a pas de différence notable entre les deux types de modèles, on converge vers les mêmes valeurs d'état stationnaire pour S1 à S4. Pour S5 il y a une légère différence en $t = 100$, puisque dans le premier cas (sans *PIPE*) la convergence asymptotique se fait par valeurs inférieures alors qu'elle se fait par valeurs supérieures dans le second (avec *PIPE*).

On peut alors se demander s'il est bien utile de se « compliquer la vie » puisque selon les propres termes de Donella H. Meadows (Meadows, 1976) une des hypothèses fondamentales du paradigme Dynamique des Systèmes est que

« Ils (les dynamiciens systèmes) s'intéressent surtout aux tendances dynamiques générales (des systèmes complexes), à savoir si le système en tant que totalité est stable ou instable, oscillant, croissant, en déclin, ou en équilibre. »

On pourrait s'en tenir à cette hypothèse. Mais, il faut souligner qu'il y a là une ambiguïté fondamentale de la méthodologie Dynamique de Systèmes. De fait, tout comme en économie on peut traiter par la Dynamique de Systèmes des modèles micro et macro. Dès lors, si dans le cas d'un modèle macro on peut s'en tenir aux tendances dynamiques générales à long terme, il semble bien qu'il n'en soit plus de même en termes micro. Si l'on simule le comportement d'une entreprise, l'échelle de temps peut aller du jour au mois et ce qui compte pour l'entrepreneur, qui a éventuellement commandité l'étude, ce sont les résultats enregistrés au fil du temps et non pas une sorte de tendance moyenne à long terme. En outre il nous semble que ce n'est pas parce que l'on se situe dans un cadre macro-économique qu'il faut pour autant gommer dans tous les cas l'aspect discret que peut avoir l'échelle de temps en ayant alors recours à une sorte de « lissage » permettant de raisonner en termes moyens. De fait comme le dit Pascal Salin (Salin, 1991) lorsqu'il traite de la distinction entre macro-économie et micro-économie.

« Il est impossible de définir un nombre d'individus à partir duquel on passerait de la microéconomie à la macroéconomie. Il n'existe nulle part de saut qualitatif permettant de penser qu'on analyse des réalités différentes... Il ne peut pas exister de frontière entre les deux disciplines,

mais il se trouve simplement que certains phénomènes sociaux prennent véritablement leur sens à l'échelle d'un grand nombre d'individus (inflation, déficit budgétaire, balance des paiements, etc.). »

In fine l'aspect continu ou discret du temps ne nous semble pas être lié nécessairement à une vision micro ou macro. C'est plus une affaire de cas d'espèces dépendant de l'objectif du modélisateur face à un système réel observé.

Dans le cas présent pour ne s'en tenir qu'à la configuration S4, on constate que si l'on utilise la fonction *PIPE* plus réaliste qu'un *DELAY1* on enregistre en $t = 36$ une différence en termes d'unités produites égale à $\Delta P = 90.79 - 60.40 \approx 30$. A supposer que l'unité productive modélisée loue les produits en stock il y a là une belle différence puisqu'elle s'élève à $30/60 = 50\%$ en termes relatifs par référence à une situation de base ne tenant pas compte de l'aspect discret des choses. A supposer même qu'il n'y ait pas cet aspect financier externe, dans le simple cadre interne de l'unité productive cette différence apparaît nettement en termes de « Ratio de Maintenance » défini par $RM = M/HD$ et représentatif d'une sorte de « manque à gagner » pour la production. Toujours dans le cas de S4, en $t = 36$, le seul fait de simuler en utilisant *PIPE* fait passer RM de $15.10/50 = 30.20\%$ à $22.69/50 = 45.38\%$, là encore on a une différence certaine.

Ainsi le recours à *PIPE* peut dans une certaine mesure compliquer les choses au plan méthodologique puisqu'au lieu d'avoir recours à une « boîte » au contenu indifférencié on doit *de facto* en utiliser une comportant un nombre de cases égal à la valeur du délai de transmission. Cela étant les choses se compliquent encore si l'on utilise des fonctions modultrices d'un processus normal.

IV. MODIFICATION DE LA FONCTION PIPE POUR TENIR COMPTE DE L'INTRODUCTION DE TERMES MODULATEURS DE FLUX

Un problème conceptuel se fait jour lorsque le flux de sortie est modifié par un « Modulateur » M (le « Multiplier » forresterien). Celui-ci est une fonction discrétisée servant à moduler une variable d'action en fonction des valeurs prises par une autre variable représentative d'un certain état du système en un point donné de ce système.

IV.1. Présentation des fonctions « Modulateur »

En Dynamique de Systèmes usuelle (Forrester, 1981), il y a deux fonctions d'interpolation la fonction *TABLE* et la fonction *TABHL*. Ces fonctions servent à

calculer les "multipliers" ou "modulateurs" (M). Dans le cadre du logiciel *VENSIM* elles portent le nom de «Lookup». Si l'on utilise la symbolique graphique du langage *DYNAMO* l'appel à *TABLE* se code comme suit

$$M = TABLE[MT, A, Min(A), Max(A), Incr(A)]$$

$$MT = m_1 / m_2 / \dots / m_n$$

où

1. M = modulateur (extrait fonctionnel)
2. MT = modulateur tabulé (nom de la table sur laquelle la fonction opère)
3. A = variable intrant (variable indépendante: niveau ou auxiliaire)
4. $Min(A)$ = valeur minimale de A à laquelle correspond le 1^{er} élément de la table (valeur fixée par le concepteur)
5. $Max(A)$ = valeur maximale de A à laquelle correspond le dernier élément de la table (idem)
6. $Incr(A)$ = pas servant à se "déplacer" de $Min(A)$ à $Max(A)$

Cela étant le "vecteur" MT comporte un nombre d'élément n donné par la formule :

$$n = \frac{Max(A) - Min(A)}{Incr(A)} + 1$$

Par exemple si $Min(A) = 0$, $Max(A) = 2$, $Incr(A) = 0.5$ alors $n = 5$. Dès lors

m_1 est la valeur numérique de la table correspondant à $A = Min(A)$

m_2 est la valeur numérique de la table correspondant à $Min(A) + Incr(A)$

.....

m_n est la valeur numérique de MT correspondant à $A = Max(A) = Min(A) + (n-1) \times Incr(A)$

Dans le cadre du logiciel *VENSIM* on écrit

$$M = LOOKUP NAME(A)$$

$$LOOKUP NAME(X_1, \dots, X_n, Y_1, \dots, Y_n)$$

La table est spécifiée sous forme de la donnée des abscisses et des ordonnées correspondantes (la déclaration peut se faire par paires de valeurs).

La fonction *TABLE* ne fait que réaliser une interpolation linéaire pour une fonction $y = f(x)$ donnée sous forme «discrète». De fait, graphiquement, un multiplicateur apparaît comme suit

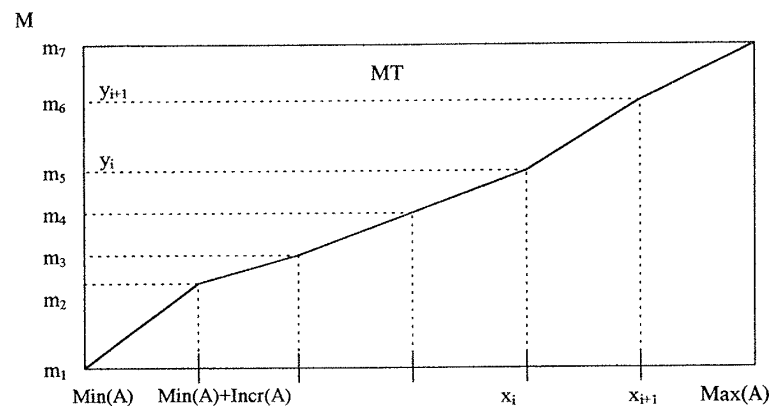


Figure 10. Schéma de principe d'un modulateur.

Si au cours du processus de simulation A prend une des valeurs préétablies dans le «peigne» décrit par $Min(A)$, $Max(A)$, $Incr(A)$ la fonction *TABLE* retourne la valeur de M correspondante. Si A est entre une des ces valeurs, la fonction *TABLE* réalise une interpolation linéaire selon la formule bien connue de géométrie analytique :

$$y = y_i - (x - x_i) \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i}$$

La fonction *TABHL* réalise la même opération que *TABLE*. Ce qui différencie les deux fonctions c'est que,

① *TABLE* implique une formulation restrictive de la part du simulateur, on se fixe de façon *a priori* le champ de variation de A , $A \in [Min(A), Max(A)]$, si au cours du processus de simulation A sort de ce champ, et si l'on fait appel à *TABLE* il y a retour d'un message d'erreur du type "Erreur Statut Table". Le processus de simulation est alors bloqué, ou bien on ne reçoit qu'un avertissement.

② *TABHL* elle laisse plus de latitude, dans ce cas

$$\begin{aligned} \text{si } A < Min(A) & \text{ alors } M = m_1 \\ \text{si } A > Max(A) & \text{ alors } M = m_n \end{aligned}$$

Le terme *TABHL* peut alors s'interpréter comme "*TABulation Hors Limites*", i.e. A peut excéder le champ défini par le «peigne» sans qu'il y ait blocage de la simulation. Dans la dernière version de *VENSIM* cette fonction *TABHL* s'appelle *LOOKUP EXTRAPOLATE*.

IV.2. Effet d'un modulateur sur une variable d'action. Nécessaire modification de PIPE

Supposons que l'on ait un flux de sortie de la forme $FS = (a \times E) \times M = (E/D) \times M = E \times (M/D)$, et que ce flux de sortie agisse sur un *PIPE*.

- Si $M > 1$ le flux de sortie est accéléré ou ce qui revient au même D diminue, puisque l'on peut écrire que $M/D \equiv 1/(D/M)$. En d'autres termes la dimension de *PIPE* diminue.

- Inversement si $M < 1$ le flux de sortie est ralenti $\Leftrightarrow D$ augmente \Leftrightarrow la dimension de *PIPE* augmente.

A noter que, puisque *PIPE* est une fonction discrète, le nombre de boîte $B(i)$ est un nombre entier. Dès lors on ne peut considérer que des valeurs entières d'un modulateur. Celui-ci devient un "indicateur" d'accélération ou de ralentissement de FS . En ce qui nous concerne nous avons antérieurement proposé un certain nombre de solutions informatiques à ce problème (Sylvestre-Baron, 1992). Au plan de la simulation informatique, on peut conserver la structure du modulateur de la Dynamique de Systèmes usuelle, mais l'on pratique des arrondis sur ses valeurs. On peut appliquer la solution informatique suivante en utilisant une fonction partie entière (notée *INT*)

$$M \geq 1 \Rightarrow M \equiv \text{INT} [(M \times 10 + 5)/10]$$

$$M < 1 \Rightarrow M \equiv \text{INT} (1/M)$$

Cela étant, on se trouve confronté à un problème de « boîte à dimension variable », puisque *de facto* l'action de M sur FS modifie le nombre de boîtes du *PIPE*. Nous avons proposé deux solutions à ce problème.

IV.2.1. Création d'un *PIPE* à « Temps variable » *PIPEMT*

Puisque l'existence de M accélère ou ralentit les sorties de *PIPE* on peut tout d'abord songer à raisonner dans un cadre où le temps dans lequel *PIPE* évolue est accéléré ou ralenti. En quelque sorte on peut essayer de simuler un « temps élastique », ce à un instant donné de notre échelle de temps de référence.

Si $M \geq 1$ on « accélère » les passages de boîte à boîte, à un instant donné, et donc les sorties. C'est-à-dire que, prenant une valeur entière de M , soit $M1$, on réitère $M1$ fois les passages de $B(i)$ à $B(i+1)$ à t donné. Le codage informatique en "pseudo code" est alors le suivant :

```

Pour J = 1 à M1
↑
  Pour I = 1 à n
  ↑      FB(i) = B(i)
  Fin pour
  FS = FB(n)
  Si J > 1
  ↑      Alors : FE = 0 (Rem il n'y a qu'un seul et unique flux d'entrée)
  |      Sinon :
  Fin si
  B(1) = B(1) + FE - FB(1)
  Pour I = 2 à n
  ↑      B(I) = B(I) + FB(i-1) - FB(i)
  Fin pour
  PIPEMT = 0
  Pour I = 1 à n
  ↑      PIPEMT = PIPEMT + B(i)
  Fin pour
Fin Pour

```

Inversement si $M < 1$ on « ralentit » les passages de boîte à boîte, de façon « fictive ». Pour une valeur entière de $(1/M)$, soit $M2$, on réitère $M2$ fois des passages de $B(i+1)$ à $B(i)$. Cette remontée à l'envers dans *PIPE* permet de simuler l'agrandissement de la boîte globale. Le pseudo-code est une sorte de solution en miroir du premier.

```

Pour J = 1 à M2
↑
  Pour I = n à 2
  ↑      FB(i) = B(i)
  Fin pour
  FS = FB(n)
  Si J > 1
  ↑      Alors : FE = 0 (Rem il n'y a qu'un seul et unique flux d'entrée)
  |      Sinon :
  Fin si
  B(1) = B(1) + FE + FB(2)
  Pour I = 2 à n - 1
  ↑      B(I) = B(I) - FB(i) + FB(i+1)
  Fin pour
  B(n) = B(n) - FB(n)
  PIPEMT = 0
  Pour I = 1 à n
  ↑      PIPEMT = PIPEMT + B(i)
  Fin pour
Fin Pour

```

IV. 2. 2. Création d'un PIPE à « Géométrie variable » PIPEMV

Le ralentissement, ou l'accélération du flux de sortie permettent de dire que tout se passe comme si la boîte PIPE grandissait ou rapetissait. D'où la deuxième solution d'un PIPE à « géométrie variable » ou PIPEMV. A chaque instant, selon la valeur prise par M on redimensionne dynamiquement la grande boîte PIPEMV. On pose que PIPEMV possède une dimension "normale" (ou de référence) celle donnée initialement par D, délai de transmission d'une entité dans la boîte globale. On la notera NORMDMP. On notera DMP(t) la dimension de PIPEMV à l'instant t. On a NORMDMP = DMP(0). Et, à chaque instant t on calcule $DMP(t + 1) = INT(NORMDMP/M)$, où INT désigne la partie entière.

Si $M < 1$. On appelle d'abord la fonction PIPE pour assurer le processus de transition de boîte à boîte. Puis on augmente la taille de la boîte globale, puisque $DMP(t + 1) > DMP(t)$. On reporte alors à l'identique les valeurs des anciennes sous boîtes dans les nouvelles sous boîtes de même numéro.

Si $M > 1$. On appelle d'abord la fonction PIPE pour assurer le processus de transition de boîte à boîte. Puis, on diminue le nombre de sous boîtes, puisque $DMP(t + 1) < DMP(t)$. Le processus de « compression » de PIPEMV nécessite la création d'une clé de répartition pour affecter les contenus des anciennes boîtes dans les nouvelles.

Nous avons alors proposé la procédure suivante. Une nouvelle sous boîte reçoit la somme d'un certain nombre d'anciennes sous boîtes compte tenu d'un « facteur de division » (FD) fonction des tailles respectives des deux PIPE. On a $FD = INT [dmp(t)/dmp(t + 1)] = c$. Alors la nouvelle sous boîte B(1) reçoit le contenu de c premières anciennes sous boîtes, et ainsi de suite. Si la division donnant FD n'est pas entière, la nouvelle dernière sous boîte reçoit le contenu du dernier groupe de c anciennes sous boîtes plus les sous boîtes restantes. Au plan informatique la procédure est un peu complexe puisque l'on travaille sur des tableaux. Dès lors partant d'une boîte globale P, on doit créer une boîte intermédiaire PV (V pour virtuel), celle-ci par « compression » ou « extension » donne naissance à une autre boîte intermédiaire, notée PTAB, dont le contenu est transféré dans un nouveau P. Il nous apparaît plus simple de faire un schéma de principe pour bien expliciter la procédure.

La procédure de compression obéit au schéma de principe de la figure 12. Pour faciliter les choses nous l'avons établi à partir d'un exemple numérique: $DMP(t) = 36$, $DMP(t + 1) = 7$, d'où $FD = INT(36/7) = 5$.

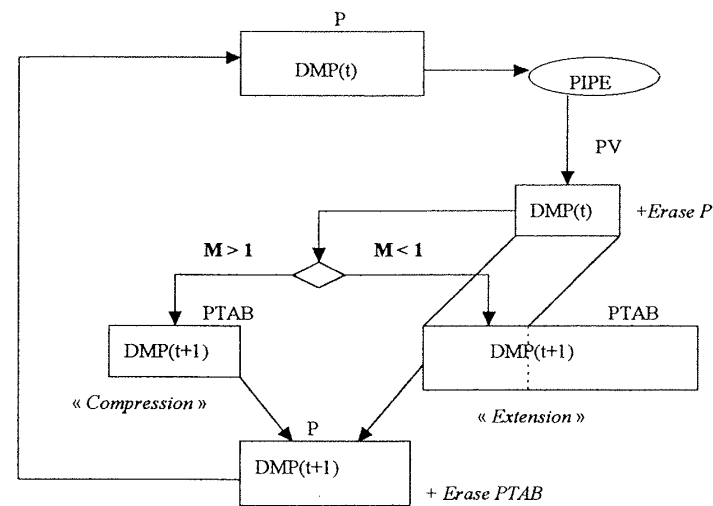


Figure 11. Schéma de principe d'un PIPE à géométrie variable.

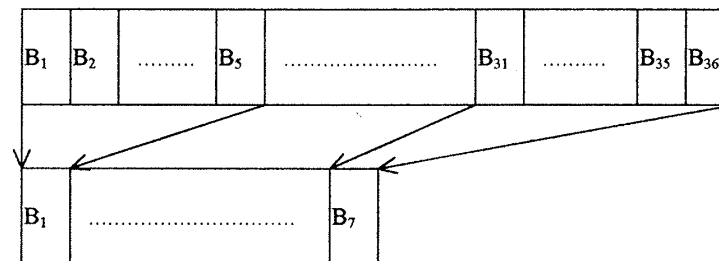


Figure 12. Principe de la compression au cas d'un pipe à géométrie variable.

IV. 2. 3. Le traitement de PIPE variable sous VENSIM, choix d'une fonction

Le logiciel VENSIM fournit une fonction qui permet de faire varier le délai de transition dans un assemblage similaire à PIPE. Il s'agit de la fonction DELAY MATERIAL qui se code

DELAY_MATERIAL(intrant, delai de temps, valeur initiale, valeur manquante)

Selon les propres termes du manuel de référence « cette fonction est similaire à *DELAY_FIXED* à ceci près que le délai de temps peut varier. Si le délai de temps est décroissant certaines valeurs de l'intrant seront ajoutées à des valeurs plus récentes de l'intrant afin de donner un extrant. Si le délai de temps s'accroît la valeur manquante sera utilisée lorsque aucun extrant n'est disponible à l'instant considéré. Cette fonction est particulièrement utile pour modéliser des files d'attente et des processus de production avec des temps de procédure variables et souvent aléatoires. ». Cela dit cette fonction garde son aspect « boîte noire » pour l'utilisateur qui ne sait pas comment les modifications à l'intérieur de la boîte se font lorsque le délai varie !

En tout état de cause nous avons effectué des simulations avec un logiciel en *QBASIC* afin de tester le comportement de *PIPEMT* et *PIPEMV*. En termes de comportement ce dernier a notre faveur. De fait, s'il tend à accentuer les oscillations de la variable d'état sur laquelle il agit il effectue aussi un lissage du comportement. En outre il donne des résultats similaires à ceux que fournissent l'utilisation adéquate de la fonction *DELAY_MATERIAL*. C'est pourquoi nous avons choisi de réaliser des simulations sous *VENSIM* en utilisant cette fonction pour présenter un certain nombre de résultats.

V. APPLICATION À UN MODÈLE COMPLEXIFIÉ D'UN PARC DE BIENS

Afin de pouvoir juger des modifications apportées par l'introduction d'une fonction *PIPE* évolutive en simulation de Systèmes Dynamiques, par rapport à ce qu'il en est en usuellement, nous avons élaboré un modèle plus complexe que le précédent comprenant deux lignes de flux

- une ligne de flux de biens produits,
- une ligne de flux hommes, hommes en formation et hommes formés pour la production.

V.1. Le nouveau modèle

Nous donnerons tout d'abord le diagramme de structure causale de ce modèle

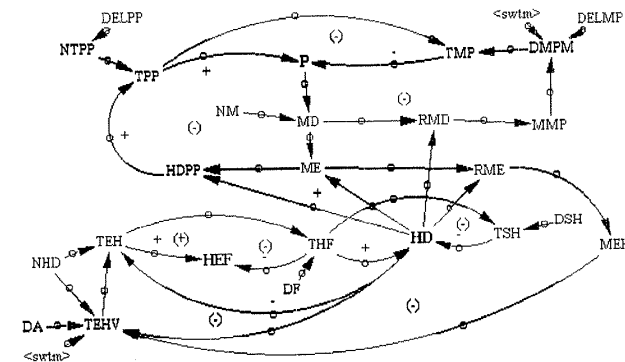


Figure 13. Diagramme de structure causale du modèle complet.

Dans sa logique on peut interpréter ce modèle comme suit

- On crée des produits (*P*) selon une certaine norme (*NTPP*). Ces produits « meurent » au bout d'un certain temps. C'est à dire qu'ils tendent à devenir obsolètes au bout de *DELMP* (*DELai de Mortalité du Produit*) mois.
- Pour faire « vivre » ces produits une maintenance est nécessaire. Ici on a supposé qu'un homme pouvait maintenir deux biens. D'où la norme $NM = 0.5$. Cela étant on peut essayer de mesurer les goulots d'étranglement au sein du service productif à l'aide d'un ratio de maintenance, représentant le quotient des hommes attachés à la maintenance par rapport aux *Hommes Disponibles* (*HD*). Cependant il apparaît judicieux de considérer deux types de maintenance et par la même deux ratios.

Un premier type de maintenance est la Maintenance Désirée (*MD*) correspondant au produit, $NM * P$. D'où le Ratio de Maintenance Désirée ($RMD = MD/HD$). Dans la mesure où une trop forte accumulation de produits peut amener à une maintenance désirée supérieure au nombre d'hommes effectivement disponibles nous considérons une autre variable, la Maintenance Effective (*ME*) elle est égale à *HD* si $MD \geq HD$, sinon elle est égale à *MD*. On définit alors le Ratio de Maintenance Effective ($RME = ME/HD$).

- Le fait qu'il y ait une maintenance fait que tous les hommes disponibles dans le service ne sont pas nécessairement libres pour la production. D'où la variable *HDPP* (*Hommes Disponibles Pour la Production*) qui est égale à $HD - ME$. Le fait d'avoir distingué deux types de maintenance fait que *HDPP* peut être au pire nul sans devenir pour autant négatif.

• Pour ce qui est des hommes travaillant dans le service, certains sont aptes à la production et à la maintenance. Ils sont représentés par la variable d'état *HD*. Si on désire augmenter la production on peut embaucher des hommes, mais il faut alors les former. D'où la variable d'état *HEF* (*Hommes En Formation*). Après un certain temps de formation, pris ici égal à *DF* (*Délai de Formation*) = 4 mois, les hommes formés entrent dans le stock *HD*. Ce stock se vide naturellement selon un certain taux d'attrition en fonction d'un *Délai de Sortie des Hommes* (*DSH*) pris ici égal à 24 mois.

• En ce qui concerne l'embauche, nous avons choisi une équation d'action courante en Simulation de Systèmes Dynamiques. On suppose que l'on désire atteindre un certain nombre d'hommes dans le service. C'est la norme, *NHD* (*Norme Hommes Disponibles*) = 50. A chaque période on calcule une sorte "d'écart sur stock" d'hommes disponibles (*NHD - HD*). Mais compte tenu des délais inhérents à l'embauche on fait l'hypothèse qu'on ne peut combler qu'une partie de cet écart à chaque période, d'où le délai d'ajustement *DA* = 2 et finalement l'équation donnant le *TEH* (*Taux d'Embauche des Hommes*) « normal », $(1/DA) \times (NHD - HD)$.

• D'une façon générale le ratio de maintenance est une sorte d'indicateur de la productivité potentielle du service. Cela étant il apparaît judicieux d'utiliser les ratios de maintenance définis antérieurement pour créer deux modulateurs.

* (1) *MMP* (*Modulateur de Mortalité du Produit*), modulant le Taux (flux) de *Mortalité des Produits* (*TMP*) et fonction du ratio *RMD*. Plus *RMD* tend à augmenter, moins il est possible de s'occuper efficacement de toutes les unités produites existantes et surtout la disponibilité des hommes pour la production peut devenir très faible. En d'autres termes il faut moduler à la hausse la mortalité des produits. Cela étant on peut raisonner techniquement de deux façons.

Soit on utilise la formulation courante en Simulation de Systèmes Dynamiques. C'est-à-dire le modulateur agit sur un flux de sortie considéré comme normal. En l'occurrence on peut définir une *Norme Taux de Mortalité du Produit* (*NTMP*) égale à l'inverse d'un *Délai de Mortalité du Produit* (*DELMP*), $NTMP = 1/DELMP$. Dans ce cas on peut écrire

$$TMP = P \times NTMP \times MMP = P \times \frac{MMP}{DELMP} = \frac{P}{(DELMP/MMP)}$$

Alors si on veut moduler à la hausse le flux *TMP*, *MMP* doit être une fonction croissante de *RMD*.

Soit on agit sur le délai *DELMP*. Cela permet de faciliter la comparaison entre des modèles n'intégrant pas la fonction *PIPE* et des modèles qui la prennent en compte. C'est à dire que l'on définit un *Délai de Mortalité du Produit Modulé* (*DMPM*) tel que $DMPM = DELMP \times MMP$ et l'on a alors

$$TMP = \frac{P}{DMPM} = \frac{P}{DELMP \times MMP}$$

Il est bien évident que si on veut moduler à la hausse le flux *TMP*, *MMP* doit être à l'inverse du cas précédent une fonction décroissante de *RMD*. C'est ce type de fonction que nous utiliserons. Cela dit nous ferons état de deux variantes du modulateur. Une première variante *Pa* module le délai d'une certaine façon. La variante *Pb* fait que pour les mêmes valeurs de *RMD* le délai est plus fort et donc le flux de sortie plus faible. Ces deux variantes sont représentées graphiquement comme suit.

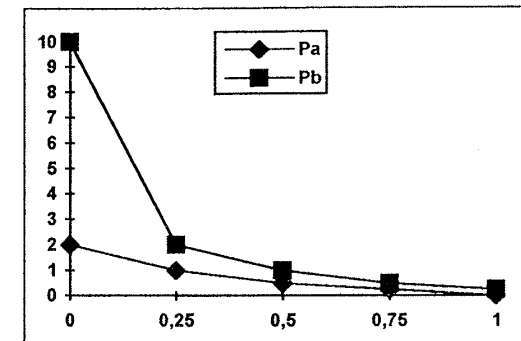


Figure 14. Variantes du Modulateur de Mortalité des Produits.

* (2) *MEH* (*Modulateur d'Embauche des Hommes*) modulant le Taux d'Embauche des Hommes (*TEH*) en fonction du ratio *RME* (plus exactement c'est un indice de « l'encombrement » du service, il apparaît donc nécessaire de moduler l'embauche des hommes à la hausse. Ici encore nous ferons état de deux variantes. Une première variante *Ha* est telle que on module assez rapidement à la hausse le flux d'embauche, la variante *Hb* est telle que pour des valeurs identiques de *RME* les valeurs du modulateur sont plus faibles. On a ainsi les représentations graphiques suivantes

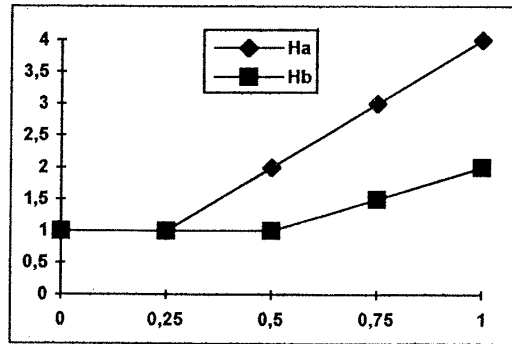


Figure 15. Variantes du Modulateur d'Embauche des Hommes.

Ainsi on peut écrire que l'on a un flux d'embauche égal à $(1/DA) \times (NHD - HD) \times MEH$. On notera que si l'on a $HD > NHD$ on obtient une *quantité négative* ! Le flux d'embauche se transformant en une sorte de « flux d'éviction ». C'est pourquoi afin de conserver sa nature intrinsèque à ce flux nous avons défini une variable intermédiaire $TEHV = (1/DA) \times (NHD - HD) \times MEH$ et nous avons supposé que si l'on a $HD \geq NHD$ alors $TEH = 0$, sinon $TEH = TEHV$.

NB: Les paramètres $\langle swtm \rangle$ qui apparaissent dans le diagramme de structure causale permettent de faire jouer ou non les modulateurs. Pour une valeur 0 de $swtm$ le modulateur considéré ne joue pas.

V.2. Simulations effectuées et résultats obtenus

En partant du modèle antérieur nous avons réalisé plusieurs séries de simulation afin de pouvoir mieux saisir les différences de comportement. Fondamentalement il y a deux blocs, le bloc *Prbs* sans *PIPE* et le bloc *Prpbs* utilisant des fonctions *PIPE* (en fait *DELAY MATERIAL*) pour toutes les variables de niveau. Dans chaque bloc nous avons réalisé une simulation de base sans action des modulateurs, puis 4 simulations impliquant des couplages de variantes des modulateurs. La numérotation des simulations, en fonction des couplages, peut se présenter comme suit pour *Prbs* (elle vaut aussi pour l'autre bloc).

| Prbs1 | Pas de modulateurs |
|-------|--------------------|
| Prbs2 | (H_a, P_a) |
| Prbs3 | (H_b, P_a) |
| Prbs4 | (H_a, P_b) |
| Prbs5 | (H_b, P_b) |

V.2.1. Cas du modèle sans modulateurs

Les résultats obtenus peuvent être synthétisés graphiquement comme suit

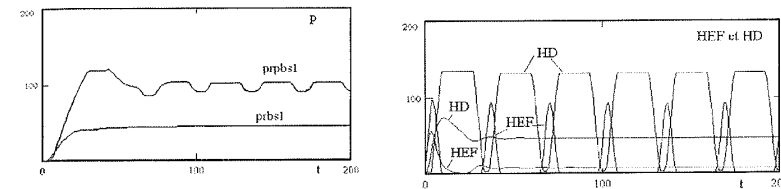


Figure 16. Évolutions comparées des variables d'état au cas d'absence de modulateurs.

L'effet de l'intégration de fonctions *PIPE* est bien net. En ce qui concerne P , on passe d'un comportement convergent vers une valeur d'état stationnaire ($= 43.72$) à un comportement oscillant, P variant à terme entre 101 et 89, la valeur haute étant obtenue sous forme de « plateau ». Pour ce qui est de HEF et HD le changement de comportement est encore plus marqué. En l'absence de *PIPE* ces deux variables passent par un maximum puis tendent vers une valeur d'état stationnaire après avoir enregistrées des oscillations amorties ($HEF \rightarrow 7.69$, $HD \rightarrow 46.15$). La présence d'oscillations dans le comportement temporel de ces variables n'est pas une surprise pour le praticien de la Dynamique des Systèmes, puisque l'assemblage utilisé pour représenter la ligne de flux « Hommes » conduit généralement à ce mode de comportement. Si l'on trace un diagramme de phase (Cf. infra Figure 17) donnant le comportement de HEF et HD en fonction de P on obtient des tracés typiques d'un « système dissipatif ». Les courbes obtenues tendent vers un foyer stable.

Dès lors que l'on met en jeu les fonctions *PIPE*, les délais de temps afférents aux variables d'état deviennent des délais purs. On peut alors dire que HEF et HD font montre d'un comportement « oscillant discret ». Les oscillations amorties sous-jacentes au cas continu sont amplifiées et entretenues dans le cas discret. On peut essayer de décrire sommairement ce qui se passe dans le modèle tout au moins dans les premiers temps de l'évolution.

Initialement on pose que $P = 0$, $HEF = 2$, $HD = 0$. Le niveau HEF se remplit dès $t = 1$, ($TEH = 24$). Il culmine à 96 en $t = 4$ et 5. L'identité de ces deux valeurs est du au fait que HEF est un *PIPE* de début de ligne de flux et que l'on a donc, $HEF(5) = HEF(4) + TEH(4) - THF(5) \Leftrightarrow 96 = 96 + 24 - 24$. Comme le délai de formation est de 4 mois, en $t = 5$, HD passe à 26. Il s'agit des deux hommes du départ auxquels s'ajoutent les 24 dus à $THF(5)$. Dès $t = 6$, HD est à la valeur normale de 50 hommes. Alors on cesse toute embauche puisque si l'on a $HD \geq NHD$ alors $TEH = 0$. Cela étant HEF commence à se vider en $t = 4$, car $DF = 4$, pour atteindre la valeur 0 en $t = 10$. Dans le même temps HD se remplit par THF , qui n'est autre que TEH décalé de 4 mois. HD culmine alors à 134 hommes en $t = 10$. Il conserve cette valeur jusqu'en $t = 28$. Rappelons que nous avons supposé que les hommes restaient 24 mois dans le service ($DSH = 24$). Puis, à partir de $t = 29$, HD se vide, les TSH successifs correspondant aux THF de la date $t - 24$. En $t = 32$, on a $HD = 38$, valeur inférieure à NHD . Alors un nouveau taux d'embauche est calculé. Mais compte tenu des délais de temps mis en jeu HD continue à se vider et redevient égal à 2 de $t = 34$ à $t = 36$. A partir de là un nouveau cycle d'oscillations recommence dans la ligne de flux hommes.

A la différence du cas continu, les fortes oscillations de la ligne de flux hommes, engendrent des oscillations dans la ligne de flux des biens produits. De fait les décalages de temps jouant pleinement des désajustements vont se faire jour par le biais de $HDPP = HD - ME$. Ainsi, en $t = 32$, on a $HDPP = 0$ puisqu'alors $HD = 38$ mais $MD \# 59$. Ceci entraîne bien évidemment un blocage de la production des programmes. Sur le graphe de comportement temporel donné antérieurement on note d'ailleurs bien l'infléchissement de P à la baisse chaque fois que HD tombe à une très faible valeur.

Le caractère oscillant du système dans son entier est bien marqué dans un diagramme de phase. Il n'y a plus de convergence nette vers un foyer stable, mais apparition d'une sorte "d'attracteur dans l'espace des phases". De fait chaque courbe bidimensionnelle représentant la variation de HEF ou de HD en fonction de P (un attracteur), tend à décrire des « orbites » autour d'un vortex. Cela apparaît bien dans la figure donnée ci-après.

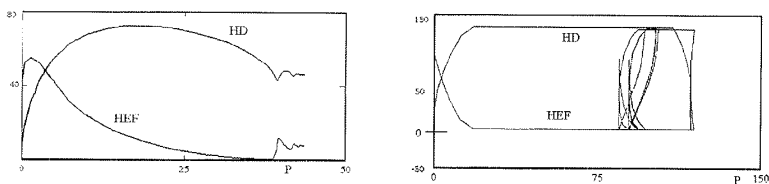


Figure 17 : Diagrammes de phase dans le cas continu et dans le cas discret en l'absence de modulateurs.

V. 2. 2. Cas du modèle avec modulateurs

Les résultats sont synthétisés à l'aide des représentations graphiques des figures 18 à 20. Dans ces figures nous donnons pour chaque variable d'état considérée son évolution avec et sans la présence de fonctions *PIPE*. Dans chaque cas la courbe numérotée 1 fait référence à la simulation de base en l'absence de modulateurs.

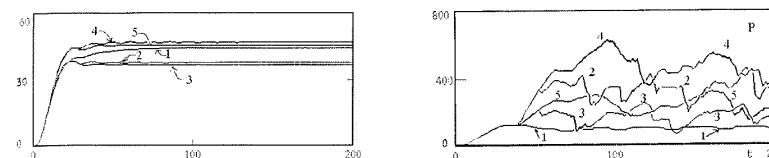


Figure 18. Variations de P sans et avec *PIPE*.

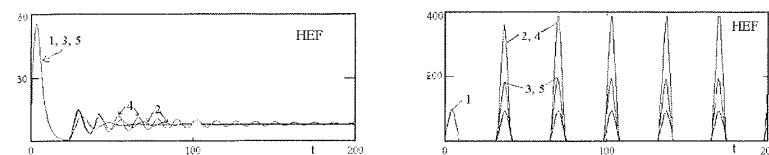


Figure 19. Variations de HEF sans et avec *PIPE*.

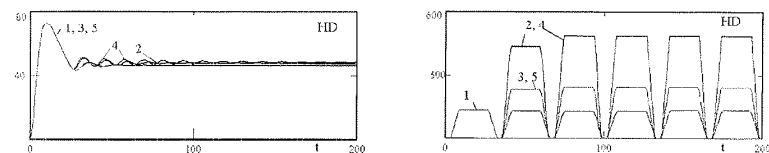


Figure 20. Variations de HD sans et avec *PIPE*.

En ce qui concerne P , en l'absence de *PIPE* on retrouve une tendance à la convergence vers une valeur d'état stationnaire avec des oscillations transitoires plus ou moins accentuées et des valeurs finales plus ou moins fortes selon les couplages de modulateurs. Les valeurs d'état stationnaire arrondies sont les suivantes.

La courbe 1 est une sorte de courbe médiane entre le bloc de courbes (2,3) et celui des courbes (4,5). De fait pour le bloc (2,3) on utilise la variante P_a de *MMP*, telle que, toutes choses égales par ailleurs, la mortalité des produits soit accentuée. En outre la courbe 2 est supérieure à la courbe 3 puisque avec la variante H_a de

MEH on répond plus rapidement aux tensions internes. Les oscillations plus accentuées en sont un indice. Inversement pour le bloc (4,5) on utilise la variante P_b de *MMP* tendant à diminuer la mortalité des produits. Le positionnement et la nature des courbes de ce bloc est alors influencé par l'utilisation des variantes de *MEH*.

| | |
|-------|----|
| Prbs1 | 43 |
| Prbs2 | 37 |
| Prbs3 | 36 |
| Prbs4 | 46 |
| Prbs5 | 44 |

Pour ce qui est de *HEF* et *HD*, en l'absence de *PIPE* le positionnement et la forme des courbes tient essentiellement à l'emploi de la variante H_a ou H_b de *MEH*. La variante H_a représente une réponse rapide d'où les oscillations plus accentuées des courbes 2 et 4 par rapport aux courbes 1,3,5 qui correspondent à la variante H_b . En outre dans le cas 4 on utilise la variante P_b de *MMP*, celle-ci conduisant à une plus forte accumulation des produits, *ceteris paribus*, les tensions internes du système sont accentuées d'où des oscillations amplifiées qui tendent à s'amortir à long terme. Par le jeu des multiplicateurs on tend à faire apparaître un comportement de type pseudo-chaotique.

Il est bien évident, compte tenu des développements antérieurs, que le passage à l'utilisation de fonctions *PIPE* ne fait qu'accentuer les tendances en germe antérieurement. A cet égard on peut se contenter d'observer le graphe comparatif des évolutions temporelles de *P* dans ce cas. On retrouve une structuration en deux blocs, la courbe de base 1 n'est plus une courbe médiane mais une courbe basse. Cependant ces blocs diffèrent du cas antérieur. Ils sont désormais formés par les couples (2,4) et (3,5).

En effet, même au niveau de la ligne de flux des produits ce qui prime désormais ce sont d'abord les variantes de *MEH* utilisées. La variante H_a est génératrice de tensions comme représentative d'une sorte de politique de «*stop and go*». Cela étant la variante de *MMP* utilisée vient au second rang. La variante P_b induit des tensions par accumulation accentuée des produits fabriqués. On ne peut qu'enregistrer au niveau de la ligne de flux des produits l'aspect chaotique du comportement engendré, même s'il y a une sorte de pseudo-périodicité qui se fait jour. De fait on peut dire que l'on a engendré un comportement chaotique au sens où l'entend Edward N. Lorenz (Lorenz, 1993) à la suite des travaux fondateurs de

Tien Yien Li et James Yorke (Li et Yorke, 1975). Cet aspect chaotique des choses est, par exemple, bien représenté par le diagramme de phase suivant donnant les variations de *HD* en fonction de *P* dans le cas *Prpbs4*. Force est de dire que la lisibilité du trajet n'est pas simple.

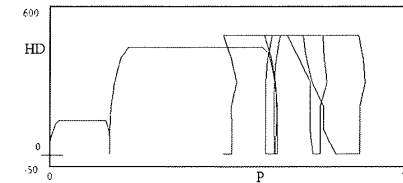


Figure 21. Diagramme de phase (*HD/P*) au cas discret.

CONCLUSION

Au terme de cette étude on ne peut que constater, encore une fois, les profondes modifications du mode de comportement temporel des variables d'état d'un système induites par l'introduction d'une fonction discrète agissant sur ces variables. Dans le cas continu, même si l'on engendre des oscillations transitoires dans le secteur hommes, celles-ci n'ont que de faibles répercussions sur le secteur des produits. Le niveau *P* converge assez rapidement vers une valeur d'état stationnaire. La valeur enregistrées la plus forte n'étant que de 46 unités produites pour 48 hommes. L'introduction du discret à l'aide de décalages temporels vrais (et non plus simulés via une intégration numérique pas à pas) fait que les «oscillations» d'un secteur se répercutent sur l'autre. Les ordres de grandeur mis en jeu ne sont plus les mêmes, on peut dépasser les 600 unités produites et les 450 hommes disponibles (rappelons que l'on s'était fixé une norme de 50 hommes). En outre une tension interne engendrée par un modulateur a désormais des effets plus que proportionnels et un comportement chaotique s'instaure aisément.

Il apparaît alors bien difficile de réguler efficacement un système ainsi modélisé. La présence de délais, leur sommation dans une même ligne de flux, leurs interactions entre lignes de flux ne facilitent pas la tâche du décideur. On retrouve ici, par analogie, ce que l'on peut appeler le «problème des horloges de Lamport» bien connu des informaticiens. En l'occurrence il s'agit du problème des accès concurrents dans un système réparti exécutant un ensemble de transactions. Pour ce qui nous concerne ici on peut résumer l'analogie comme suit. On a affaire à

des délais de temps (à des horloges) différents afférents à diverses variables d'état, est-il alors possible de trouver une maître horloge universelle qui permette de tenir compte des diverses horloges spécifiques. En d'autres termes peut-on trouver un (voire des) régulateur permettant d'atténuer les tensions engendrées par des logiques temporelles différentes. C'est là fondamentalement tout le problème du raisonnement en temps discret.

Ainsi l'incorporation du discret accroît le problème de la recherche d'un état « satisfactum » du système au sens où l'entend Jean-Louis Le Moigne (Le Moigne, 1990), d'un autre côté, comme nous l'avons déjà souligné il apparaît bien difficile de nier cet aspect des choses dès lors que l'on a affaire à des entités dans lesquelles un suivi au « jour le jour » s'impose.

Notes et Références

- G. ABRAHAM-FROIS et E. BERREBI, Introduction à la dynamique chaotique, *Revue d'Économie politique*, n° 2/3 1994, Sirey, Paris, 1994 (pp. 159-217).
- CSOEX, « Dynstock », *La dynamique de Systèmes appliquée à la gestion de stocks*, Conseil Supérieur de l'Ordre des Experts comptables et des comptables agréés, Paris, Septembre 1981.
- J.W. FORRESTER, *Industrial Dynamics*, M.I.T. Press, Cambridge Mass., 1961.
- J.W. FORRESTER, *Principes des systèmes* (traduit par P. Sylvestre-Baron), PUL, Coll. Sciences des Systèmes, Lyon, 1981.
- M.R. GOODMAN, *Study Notes in Systems Dynamics*, M.I.T. Press, Cambridge Mass., 1974.
- J.L. LE MOIGNE, *La modélisation des systèmes complexes*, Dunod, Coll. AFCET Systèmes, Paris, 1990.
- T.Y. LI and J.A. YORKE, *Period Three Implies Chaos*, *Amer. Math. Monthly* 82, 1975, pp. 985-92.
- E.N. LORENZ, *The Essence of Chaos*, UCL Press Limited, London, 1993.
- H.-W. LORENZ, *Nonlinear Dynamical Economics and Chaotic Motion*, Second Revised and Enlarged Edition, Springer Verlag, Berlin-Heidelberg, 1993.
- D.H. MEADOWS, *The Unavoidable a priori*, The System Dynamics Method, The Proceedings of the 1976 International Conference on Systems Dynamics, Geilo Norway, Jørgen Randers & Leif K. Ervik Eds.
- C MOUCHOT, *Temps et sciences économiques - Nécessité et insuffisance de la mathématique*, Economica, Paris 1978.
- P. SALIN, *Macroéconomie*, PUF, Paris, 1991.
- P. SYLVESTRE-BARON, Transcription d'équation de Dynamique des Systèmes en vue d'une étude analytique en termes discrets. Existence de diverses échelles de temps, *Analyse de Systèmes*, Vol. VII Triple, 1981, p. 2-12.
- P. SYLVESTRE-BARON, Assemblages délais en Dynamique de Systèmes, *Analyse de Systèmes*, Vol. VIII, n° 1, Février 1982, p. 2-35 (1982a).
- P. SYLVESTRE-BARON, Traitement analytique d'un modèle Dynamique de Systèmes de production et de maintenance de programmes dans un service informatique, *Analyse de Systèmes*, Vol. VIII, n° 2/3, Juin-Novembre 1982, p. 24-46 (1982b).

- P. SYLVESTRE-BARON, *Continu, continu discrétisé ou discret en Dynamique de Systèmes*, XIII^e Colloque ARAE, Lyon, 23-24 Mai, 1991.
- P. SYLVESTRE-BARON, *La simulation de systèmes dynamiques en temps mixte*, Troisième Séminaire MCX, Aix en Provence, 21-22 Mai, 1992.
- P.N.V. TU, *Dynamical Systems - An Introduction with Applications in Economics and Biology*, Second, Revised and Enlarged Edition, Springer Verlag, Berlin-Heidelberg, 1994.
- M VATE, *Le temps de la décision*, PUL, Lyon, 1976.